

Der Einfluss von Schleifkerben auf die Biegefestigkeit eines Zahnrads

Je nach dem verwendeten Vorbearbeitungsprozess entsteht beim Schleifen häufig eine sogenannte „Schleifkerbe“ an der Stelle, an der das Schleifwerkzeug aus der Flanke austaucht. Die maximale Biegebeanspruchung, die sich normalerweise im Bereich der Fussrundung befindet, wird durch eine Schleifkerbe erhöht. ISO 6336–3 schlägt eine Methode vor, mit welcher der Einfluss von Schleifkerben betrachtet werden kann. In dem vorliegenden Artikel wird die Anwendung dieser Methode besprochen und analysiert.

Der Einfluss einer Schleifkerbe auf die Biegefestigkeit des Zahns wurde in den 1970er Jahren von Wirth [1] an der FZG in München untersucht. Wirth führte viele Messungen an Zahnrädern mit und ohne Schleifkerben durch und leitete S/N-Kurven daraus ab. Er untersuchte Zahnräder mit Modul 3 mm auf einem Prüfstand, andere Zahnräder mit Modul 8 mm wurden auf einem Pulsator gemessen. Die Spannung im Zahnfußbereich ermittelte Wirth mit dem fotoelastischen Verfahren. Heute würde die FE-Methode für die theoretische Analyse der Zahnfußspannung angewendet werden. In den 1970er Jahren war diese Methode jedoch noch nicht sehr verbreitet, daher nutzte Wirth das fotoelastische Verfahren für seine Untersuchungen. Mit diesem Verfahren lässt sich die Lage der höchsten Spannung bestimmen, ansonsten sind die gelieferten Ergebnisse nur begrenzt hilfreich.

Untersuchungen über den Einfluss einer Schleifkerbe

Die Prüfzahnräder von Wirth waren auf Maag-Schleifmaschinen geschliffen worden. Das Maag-Trockenschleifverfahren war seinerzeit weit verbreitet,

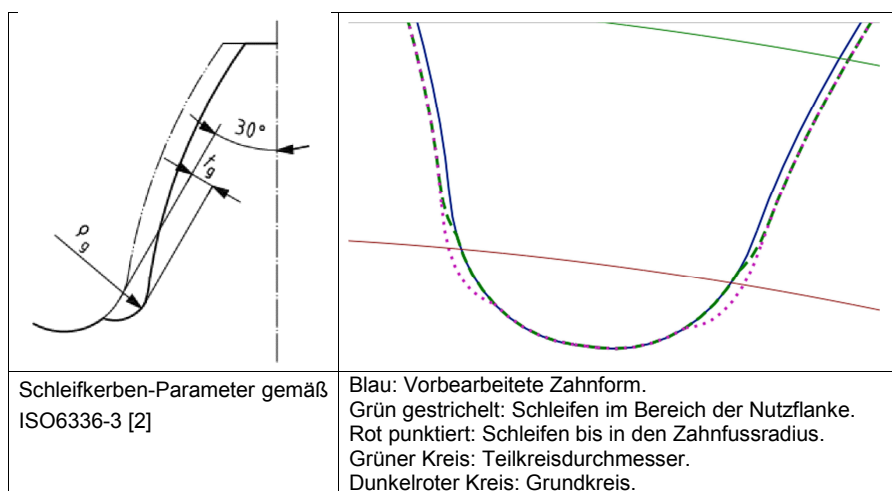


Bild 1

Links: Schleifkerben-Parameter. Rechts: Unterschiedliche Lagen der Schleifkerbe

ist, ist heute jedoch eindeutig veraltet. Die Werkzeuge für die Vorbearbeitung sind genau beschrieben, aber die durch das Schleifen erhaltene Form wurde nur mit Kontrastbildern dokumentiert, so, dass Form, Lage und Radius der Schleifkerbe an den verschiedenen Prüfzahnradern nur grob geschätzt werden können. Leider ist keine dokumentierte Profilmessung von einer Evolventen-Messmaschine verfügbar.

Wir versuchten von neuem, die von Wirth verwendeten Zahnräder nachzurechnen, da aber die genaue Zahnform nach dem Schleifen nicht präzise genug angegeben ist, war dies nicht möglich. Deshalb sind wir heute nicht in der Lage, die seinerzeit verwendeten Zahnräder mit einer FEM-Analyse neu zu berechnen.

Die Berücksichtigung der Schleifkerbe in ISO 6336–3

Die ISO 6336–3 [2] enthält eine Regel für die Berücksichtigung der erhöhten Beanspruchung aufgrund einer Schleifkerbe. Diese Methode beruht

auf einer Arbeit von Puchner/Kamenski [3], die einige Jahre vor der Arbeit von Wirth veröffentlicht wurde. Puchner untersuchte den Effekt einer Kerbe in der Mitte einer größeren Kerbe ganz allgemein, nicht für Zahnräder. Seine Ergebnisse sind daher für Schleifkerben nur anwendbar, wenn die Normale zum 30°-Tangentenpunkt in der Fußrundung und die Normale zum 30°-Tangentenpunkt der Schleifkerbe übereinstimmen.

Die Beschreibung des Einflusses von Schleifkerben in ISO 6336-3 ist leider nicht einfach zu verstehen und lässt Spielraum für Interpretation. Bei einer Schleifkerbe muss der Faktor für die Spannungskonzentration nach Gleichung 1 durch Y_{sg} ersetzt werden. Die Skizze (Bild 1, links) in ISO 6336-3 [2] zeigt die beiden wichtigen Parameter der Schleifkerben-Formel, nämlich die maximale Tiefe der Schleifkerbe (t_g) und den Radius der Schleifkerbe (ρ_g). Die Tiefe t_g wird angegeben als der Abstand zwischen der 30°-Tangente an der vorgefertigten Zahnform und der 30°-Tangente an der Schleifkerbe.

Autoren

Dr. Ulrich Kissling
Präsident
Dr. Ioannis Zotos
Entwicklung
beide:
KISSsoft AG
Rosengartenstraße 4
CH-8608 Bubikon
Tel: +41 55 / 2 54-20 50
E-Mail: info@kisssoft.ag
www.kisssoft.ag

$$Y_{Sg} = \frac{1,3 Y_S}{1,3 - 0,6 \sqrt{\frac{t_g}{\rho_g}}} \quad (\text{Gl. 1})$$

Die Norm gibt nicht an, wie t_g und ρ_g zu berechnen sind. Für das Abwälzschleifen kann der Radius ρ_g nach der Beschreibung in Kapitel 6 der ISO 6336-3 berechnet werden, indem einfach das Zahn-Bezugsprofil verwendet wird, das aus dem Schleifwerkzeug abgeleitet wird. Die Lage des Punkts, an dem die 30°-Tangente den Zahn berührt (im kritischen Abschnitt) lässt sich mithilfe der Zahnfußsehne s_{Fn} , dem Biegehebelarm h_{Fe} und dem Lastrichtungswinkel α_{Fen} ableiten. Diese Punkte müssen für den vorbearbeiteten Zahn und die Schleifkerbe berechnet werden, dann ergibt der Abstand zwischen den 30°-Tangenten durch diese Punkte die Schleifkerbtiefe t_g .

Bei einem kürzlichen Treffen der ISO-Arbeitsgruppe ISO TC60/WG6 wurde

die Berechnung des Einflusses von Schleifkerben diskutiert. Dabei wurde deutlich, dass zwei unterschiedliche Interpretationen möglich sind. Fachleute (Interpretation I) aus der deutschen Zahnradindustrie vertraten den Standpunkt, dass t_g und ρ_g aus dem Ausdruck der Profilmessmaschine entnommen werden müssen. In diesem Fall wird t_g immer annähernd der Schleifzugabe entsprechen und der auf dem Profildia-gramm gemessene Radius ρ_g wird ungenau sein, weil er durch die Verarbeitung in der Profilmessmaschine geringfügig verändert wird. Die Lage der Schleifkerbe wird dabei nicht berücksichtigt, t_g ist unabhängig davon, ob die Kerbe höher am Fuß liegt oder nicht.

Andere Fachleute (Interpretation II) vertreten die Meinung, dass t_g als Abstand zwischen den Tangenten an den vorbearbeiteten Zahn und die Schleifkerbe (wie oben beschrieben) berechnet werden sollte. Diese Methode wird in der

von der FZG in München entwickelten Software „STplus“ [4] und in „Kisssoft“ [5] angewendet. Bei diesem Ansatz wird die Lage der Schleifkerbe berücksichtigt: Je größer der Abstand zwischen der Kerbe (weiter oben) und dem Zahnfußbereich ist, umso kleiner ist t_g und der Schleifkerbenfaktor wird geringer.

Beide Interpretationen gelangen zum gleichen Ergebnis, wenn die Schleifkerbe sehr tief im Fußbereich in der Mitte der Fußrundung liegt (Bild 1, rechts, gestrichelte Linie). Aber der gängigen Praxis beim Schleifen entspricht das nicht: Normalerweise wird nur der Bereich der Nutzflanke geschliffen. Das Schleifwerkzeug taucht aus der Flanke aus, kurz nachdem der Fußkreisdurchmesser (d_{Nf}) erreicht ist (Bild 1, rechts, gestrichelte Linie). Üblicherweise liegt die Schleifkerbe in einem gewissen Abstand vom Bereich der Fußrundung. Interpretation I ist somit eindeutig die sicherere, in der Praxis jedoch wahrscheinlich meist zu konservativ.

Es ist offenbar nicht so klar, wie t_g in Gleichung 1 zu berücksichtigen ist. Daher beschlossen wir, einige typische Zahnradsätze mit Interpretation I und II zu berechnen und die Ergebnisse zusätzlich mit einem FEM-Ansatz zu vergleichen.

Berechnung der Zahnfußspannung mit der 2D-Finite Elemente-Methode

Um die Gefahr von Fehlern zu minimieren, wenn eine große Zahl an Zahnradberechnungen in einer Rechensoftware nach ISO 6336 und gleichzeitig in einer FEM-Software verarbeitet wird, beschlossen wir, eine FEM-Berechnung direkt in Kisssoft [5] zu integrieren. Ein Zahnradsatz wird

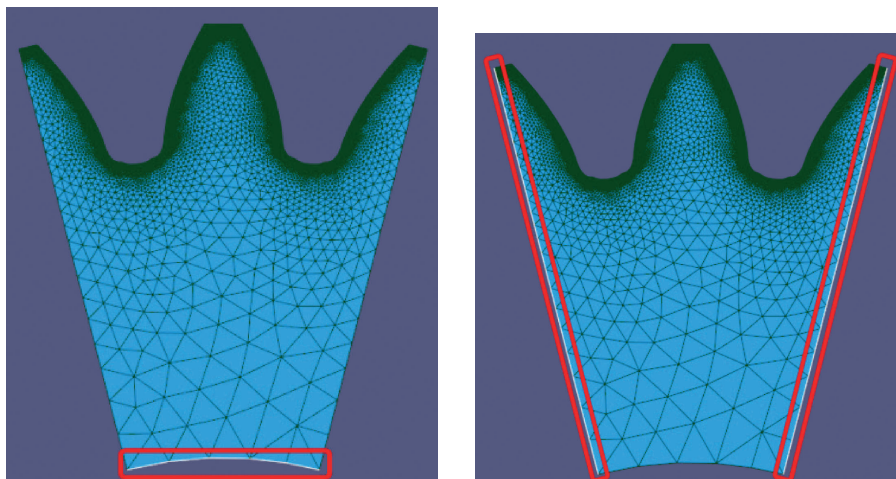
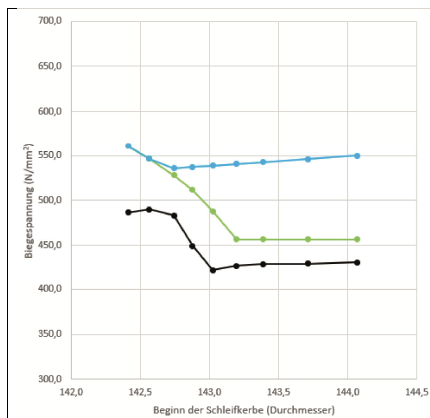


Bild 2 Zwei Varianten zur Modellierung der Einspannung. Links: Eingespannt am Innendurchmesser. Rechts: Seitliche Einspannung

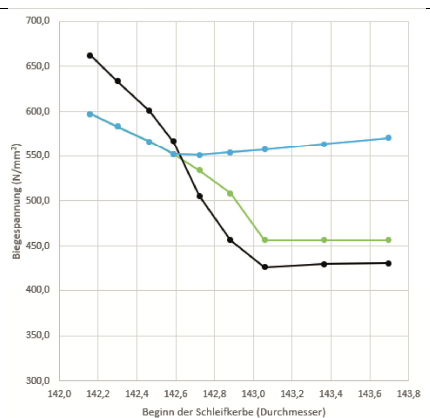
	Modul	z ₁	x ₁	z ₂	x ₂	h _{grind} [*]	ρ _{grind} [*]	Schleifen	α _n	β	t _g
Set 3a	6 mm	25	0,25	76	-0,25	variiert	0,10	Abwälzschleifen	20°	0°	0,16 mm
Set 3b	6 mm	25	0,25	76	-0,25	variiert	0,02	Abwälzschleifen	20°	0°	0,16 mm
Set 3c	6 mm	25	0,50	76	-0,50	variiert	0,20	Formschleifen	20°	0°	0,16 mm
Set 3d	6 mm	25	0,50	76	-0,50	variiert	0,10	Formschleifen	20°	0°	0,16 mm
Set 3e	6 mm	25	0,25	76	-0,25	variiert	0,10	Abwälzschleifen	20°	0°	0,32 mm

Note: b = 44 mm, T₁ = 3600 Nm, Zahnfuß-Sicherheit SF2 nach ISO ca. 1,4
 Schleifzugabe 0,16 mm; Vorbearbeitung mit h_{fp}^{*} = 1,32, ρ_{fp}^{*} = 0,38 (Bezugsprofil fertig h_{fp}^{*} = 1,25)
 FEM: Sehr hohe Netzdichte, seitlich eingespannt gemäß Bild 2

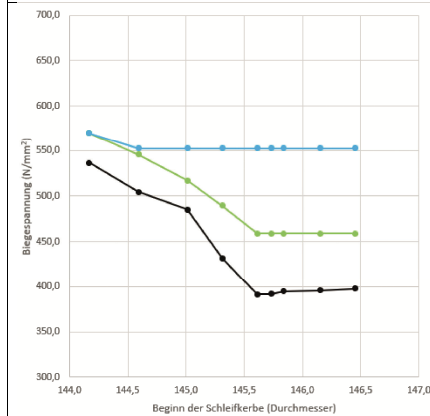
Tabelle 1
Angaben zu den verwendeten Verzahnungen (II)



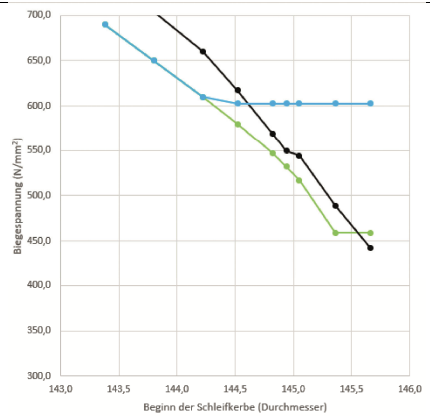
3a: Set 3a, Abwälzschleifen, $\rho_{grind} * 0.10$



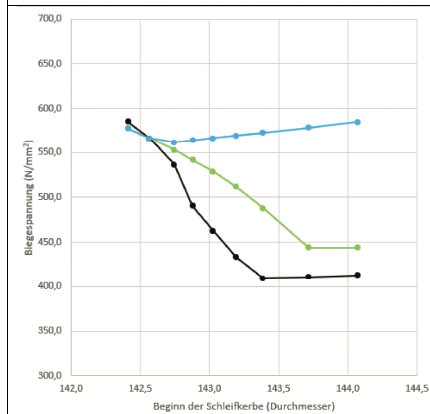
3b: Set 3b, Abwälzschleifen, $\rho_{grind} * 0.02$



3c: Set 3c, Formschleifen, $\rho_{grind} * 0.20$



3d: Set 3d, Formschleifen, $\rho_{grind} * 0.10$



3e: Set 3e, Abwälzschleifen, $\rho_{grind} * 0.10$, $t_g 0.32$ mm

Lage des Schleifkerben-Anfangs:
 $d = 142.4$: Im Zentrum der Fussrundung
 $d = 142.7$: Unter d_{ff}
 $d = 143.0$: Bei d_{ff}
 $d = 143.4$: Bei d_{Nf}
 $d = 144.1$: Zu weit oben im aktiven
 Flankenbereich

- Zahnfußspannung ISO (Interpretation II)
- FEM max
- Zahnfußspannung ISO (Interpretation I)

nach ISO 6336 berechnet, die Zahnform generiert und dann in ein externes FEM-Programm übertragen. Als FEM-Programm wurde „code_aster“ ausgewählt, das unter Anwendern weit verbreitet ist und durch Scripts gesteuert werden kann [6]. Aus den gleichen Gründen wurde das Programm „Salome“ [7] für die Vorverarbeitung (Geometrieverarbeitung und FE-Netzgenerierung) ausgewählt.

Die Genauigkeit im generierten Zahnprofil ist von größter Bedeutung für die exakte Berechnung der Spannung in Zahnradzähnen, da schon kleinste Ungenauigkeiten zu virtuellen Bereichen hoher Spannungskonzentration führen können und somit die Ergebnisse verfälschen.

Für den verwendeten Analysetyp wurde entschieden, in einem ersten Schritt mit einer ebenen 2D-Spannung zu arbeiten. Die Rechenzeit fällt dabei kürzer aus und es können mehr Fälle schneller berechnet werden. Darüber hinaus ist die ebene 2D-Spannung eine gängige Annahme für die Spannungsanalyse von Zahnradzähnen (siehe beispielsweise [8]). Die Wahl besteht, ob das Zahnrad am Innendurchmesser oder an den Seiten des untersuchten Segments eingespannt wird (Bild 2). Auch die Netzdicke ist einstellbar; mit der Funktion „sehr hohe Dichte“ werden etwa 24

Bild 3

Zahnfußspannung σ_{F0} mit Schleifkerben-Lage bei unterschiedlichem Durchmesser

Knoten im Bereich der Fußrundung generiert, wobei insgesamt 4000 Elemente vorhanden sind; weitere Auswahlmöglichkeiten sind „hohe Dichte“ (17 Knoten, 2200 Elemente) und „mittlere Dichte“ (10 Knoten, 1300 Elemente).

Vergleich der Zahnfußspannungen berechnet nach ISO 6336 mit 2D-FEM Resultaten (ohne Schleifkerben)

Ziel dieser Untersuchung war die Bewertung des Einflusses von Schleifkerben. Bevor wir mit dieser Aufgabe begannen, sahen wir es als sinnvoll an, die FEM-Methode mit „normalen“ Zahnformen zu testen und die Ergebnisse mit ISO 6336 zu vergleichen. Für einen brauchbaren Test muss aber ein großes Spektrum an Prüfrädern verwendet werden.

Zu beachten ist, dass wir die FEM-Ergebnisse nicht direkt mit Messdaten der berechneten Zahnräder verglichen haben, da wir wissen, dass die Regeln der ISO 6336-3 mit Messungen getestet wurden [9]. Wir verglichen daher mit den Ergebnissen, die nach den ISO-Formeln erzielt wurden; so war es möglich, viel mehr Prüflinge zu untersuchen.

Insgesamt wurden fast 200 unterschiedliche Zahnradpaare, von Modul 2–6 mm, Zähnezahlen von 12–200, unterschiedliche Bezugsprofile, Eingriffswinkel und Schrägungswinkel untersucht. Die Tests bestätigten, dass die FEM-Methode gut geeignet für die Prüfung und den Vergleich mit Spannungen nach ISO ist [10]. Sie kann daher für die Analyse der Schleifkerben verwendet werden.

Einfluss einer Schleifkerbe berechnet mit der 2D-Finite Elemente-Methode

Mit der oben beschriebenen 2D-FEM-Berechnung werden gute Ergebnisse erzielt, daher wird sie für die Untersuchung des Einflusses einer Schleifkerbe benutzt. Schleifkerben, vor allem beim Formschleifen, können recht scharfkantig sein. Daher wurden alle Berechnungen mit einer sehr hohen Netzdichte durchgeführt.

Für die Untersuchung des Einflusses von Schleifkerben berechneten wir den gleichen Zahnradsatz (Tabelle 1) mit verschiedenen Kopfhöhen des Schleifwerkzeugs (h_{grind}). Die Lage der Schleifkerbe veränderte sich dadurch jeweils, von einer ersten Position im Bereich des Fußkreisdurchmessers (in der Mitte der Fußrundung) nach oben zu den üblicherweise benutzten Positionen (im Bereich des Fußkreisnutzdurchmessers) bis hin zum letzten Punkt im Bereich der Nutzflanke (der in der Praxis vermieden werden sollte); siehe Bild 4.

Die Ergebnisse beim Abwälzschleifen mit zwei verschiedenen Kopfradien des Schleifwerkzeugs und beim Formschleifen mit ebenfalls zwei verschiedenen Kopfradien, jeweils mit unterschiedlichen Schleifzugaben wurden untersucht (Tabelle 1).

Bild 3 enthält einen Auszug der Ergebnisse mit den verschiedenen Zahnradsätzen. Die wichtigsten geprüften Parameter sind:

- die Höhe des Schleifwerkzeugs h_{grind}
- der Kopfradius des Schleifwerkzeugs ρ_{grind}

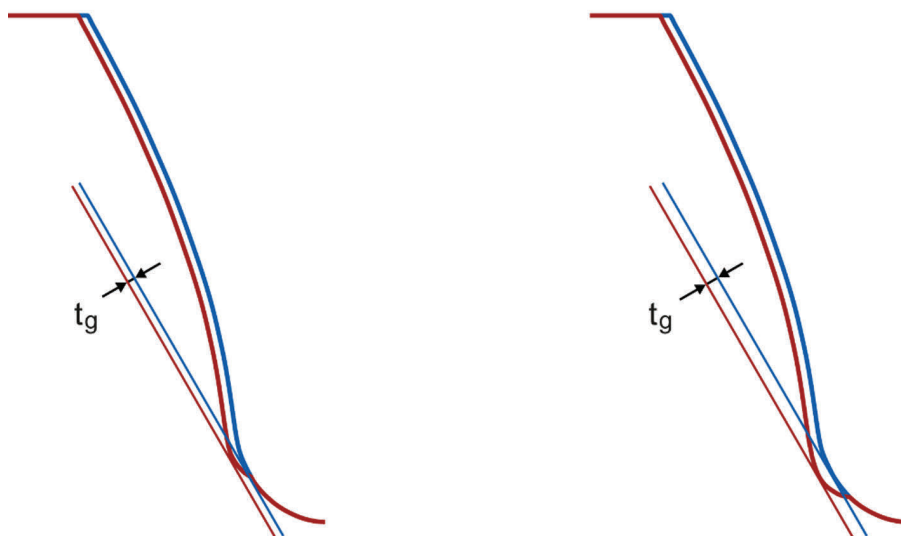


Bild 4

Schleifkerbentiefe t_g nach Interpretation II bei einer Schleifkerbenposition im Bereich des Nutzkreises d_{NF} (links) und bei einer Position t_g sehr tief im Bereich der Zahnfußrundung (rechts)

– die Schleifzugabe q
Der Radius des Schleifwerkzeugs erzeugt den Schleifkerbenradius ρ_g , der sich stark unterscheidet, je nachdem ob mit Abwälz- oder Formschleifen gearbeitet wird. Ein Schleifradius $\rho_{\text{grind}} = 0$ erzeugt beim Abwälzschleifen immer noch einen Kerbradius ρ_g von (ca.) $0,17 \cdot m_n$, beim Formschleifen jedoch eine scharfe Kante. Letzteres ist keine gute Praxis und demzufolge zu vermeiden. Wir untersuchten daher das Abwälzschleifen mit einem Werkzeug-Kopfradius $\rho_{\text{grind}}^* = 0,1$ und $0,02$ und das Formschleifen mit $\rho_{\text{grind}}^* = 0,2$ und $0,1$.

Die Schleifzugabe q , die in den meisten Fällen der Untersuchung verwendet wurde, ist ein Standardwert nach DIN 3972 III, welcher bei der Zahnradherstellung häufig benutzt wird. Bei größerer Schleifzugabe bleibt der Kerbradius ρ_g unverändert, die Kerbtiefe t_g wird jedoch größer und somit auch die Kerbwirkung: Wie in Bild 3a und 3e zu sehen ist, sind die Spannungen in 3e mit der doppelten Schleifzugabe q höher.

Alle Diagramme in Bild 3 zeigen die maximale Biegebeanspruchung σ_{F0} im Bereich des Zahnfußes, die mit FEM und mit der Analysemethode nach ISO 6336-3 berechnet wurde, jeweils mit Interpretation I und II. Die Spannungen nach FEM sind bei allen Zahnrädern am höchsten, wenn die Schleifkerbe in der tiefsten Position in der Mitte der Fußrundung liegt (siehe Bild 4, rechts). Je höher die Kerbe liegt, umso geringer sind die Spannungen. Ab einer bestimmten Position bleiben die Spannungen konstant. Ein konstantes Spannungsverhalten zeigt an, dass sich die maximale Spannung nicht mehr in der Schleifkerbe, sondern im Bereich der Fußrundung befindet.

Die analytisch berechneten Spannungen nach ISO, Interpretation I (Konstante t_g), zeigen ein ganz anderes Verhalten: Der höchste Wert findet sich an der gleichen Position wie in der FEM-Untersuchung; wenn die Kerbe weiter oben entsteht, nimmt die Spannung zunächst etwas ab, bleibt dann jedoch konstant und beginnt sogar leicht anzusteigen (aufgrund der Tatsache, dass die beim Abwälzschleifen entstandene Schleifkerbe bei einer höheren Position des Werkzeugs abnimmt).

Die Spannungen nach ISO, Interpretation II (t_g wie in Bild 4, links), sind in der tiefsten Kerbposition identisch mit der Spannung nach Interpretation I, nehmen aber dann erheblich ab und bleiben in einer höheren Kerbposition konstant, was den FEM-Ergebnissen sehr gut entspricht. In allen untersuch-

ten Zahnradsätzen fanden wir ein ähnliches Verhalten zwischen FEM und Interpretation II.

Ebenso wichtig zu beachten ist, dass mit wenigen Ausnahmen die mit FEM ermittelte Spannung immer niedriger als die Spannung nach Interpretation II ist. Der ISO-Ansatz ist also auf der sicheren Seite. Die Ausnahmen sind alle Fälle, in denen sich die Kerbe in einer tiefen Position befindet. Wie bereits erwähnt, werden Zahnräder normalerweise nicht so tief in den Bereich der Fußrundung geschliffen.

Daraus ist als Fazit festzustellen, dass Gleichung 1 für Y_{sg} nach der Interpretation II zu realistischen Ergebnissen führt, während bei Interpretation I die Kerbwirkung viel zu hoch geschätzt

wird, wenn die Kerbe sich unmittelbar unterhalb des Nutzflankenbereichs befindet, was der üblichen Vorgehensweise bei der Herstellung entspricht.

Literatur

- [1] Wirth, X.; Über den Einfluss von Schleifkerben oberflächengehärteter Zahnräder auf die Dauerfestigkeit und die Lebensdauer im Zweistufenversuch. Doctoral Thesis, 1977
- [2] ISO6336-3; Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 3: Calculation of bending strength. 2007
- [3] Puchner, O.; Kamensky, A.; Spannungskonzentration und Kerbwirkung von Kerben im Kerbrand. Konstruktion 24 (1972) 127...134
- [4] STplus Stirradberechnungs-Software (entwickelt durch FZG München). FVA (Forschungsvereinigung Antriebstechnik)
- [5] KISSsoft Berechnungsprogramme. www.KISSsoft.com
- [6] www.code-aster.org
- [7] www.salome-platform.org
- [8] Wright, A.; A Comparison of the Tooth-Root Stress and Contact Stress of an Involute Spur Gear Mesh as Calculated by FEM and AGMA Standards. Masters Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, June 2013
- [9] Hirt, M.; Einfluss der Zahnfußausrundung auf Spannung und Festigkeit von Geradstirnrädern. Dissertation, TU München, 1974
- [10] http://kisssoft.ch/deutsch/downloads/artikel/artikel_kisssoft_2017_DMK_Kissling.pdf