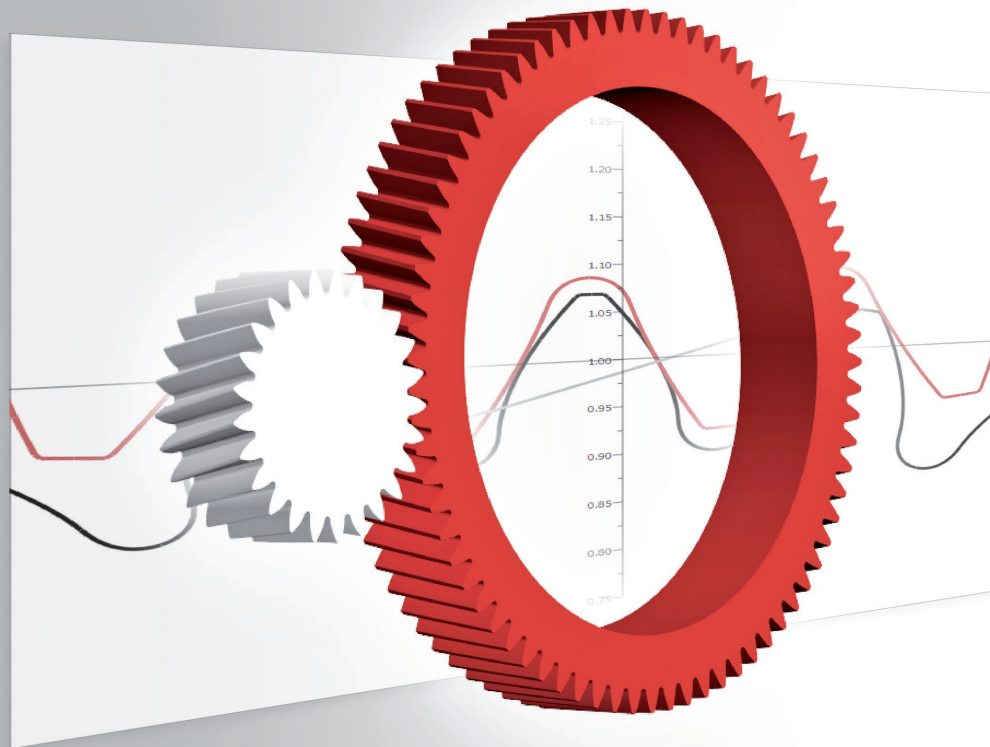
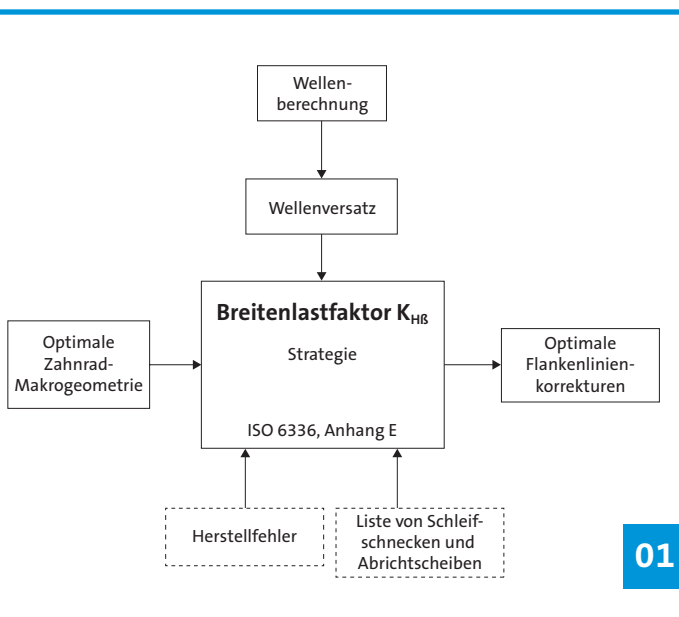


EFFIZIENTER AUSLEGUNGSPROZESS FÜR STIRNRÄDER – TEIL 2

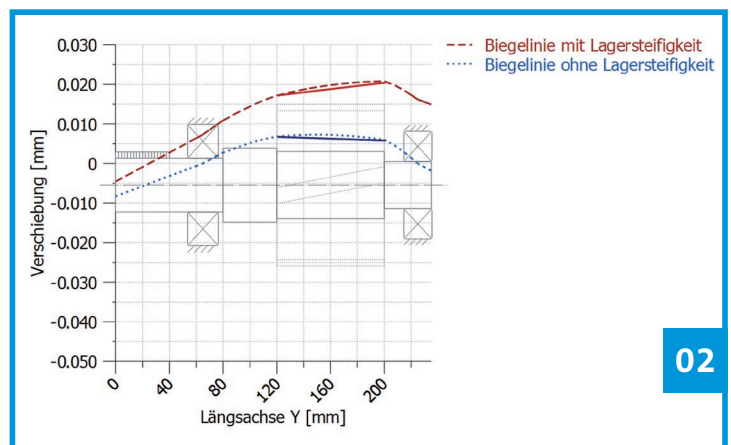
Die Auslegung von Stirnrädern lässt sich in drei Schritte unterteilen. Wir stellen dazu ein effizientes Verfahren für die Auslegung von Zahnrädern vor, das auf internationalen Normen für die Berechnung von Zahnradgeometrien und Festigkeiten basiert. Die ersten beiden Schritte haben wir im ersten Teil ausführlich beschrieben. In Schritt 3 wird nun die Mikrogeometrie der Zahnräder definiert.



M. Sc. ETH Ilja Tsikur ist Vertriebsingenieur bei der KISSsoft AG in Bubikon, Schweiz



01



02

01 Optimierung des Breitenlastfaktors mit Steigungskorrekturen

02 Die Wellenbiegeline

03 Resultierende Linienlast ohne Flankenlinienkorrekturen

04 Resultierende Linienlast mit Flankenlinienkorrekturen

05 Einfluss einer fertigungsbedingten Verschränkung auf die Breitenballigkeit

06 Die Kontaktanalyse

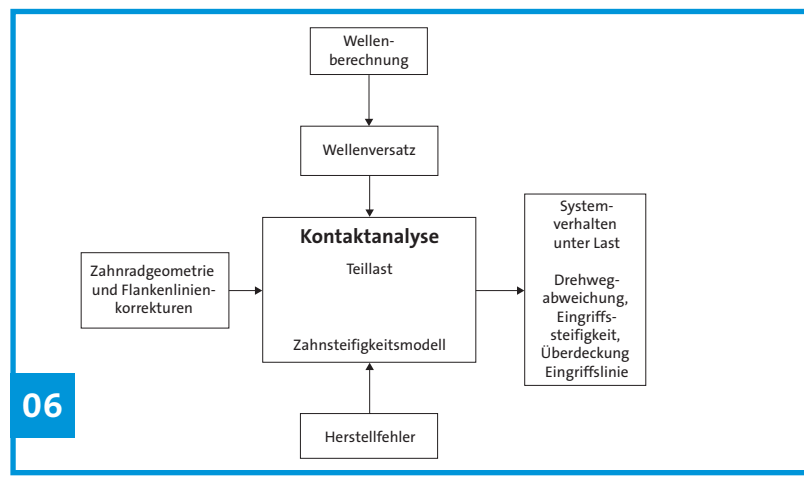
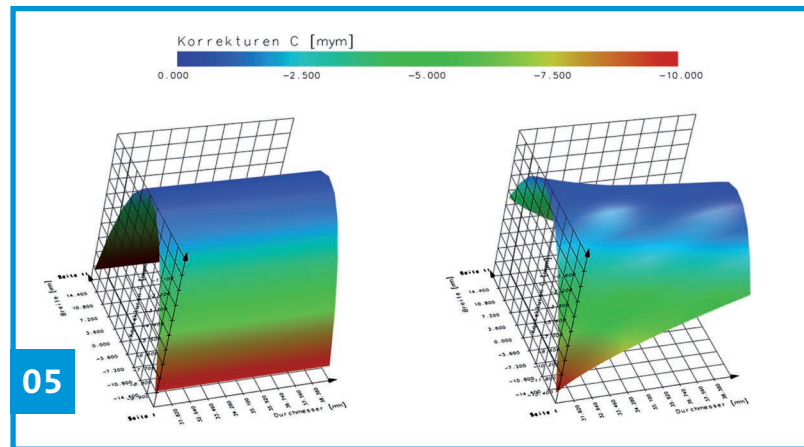
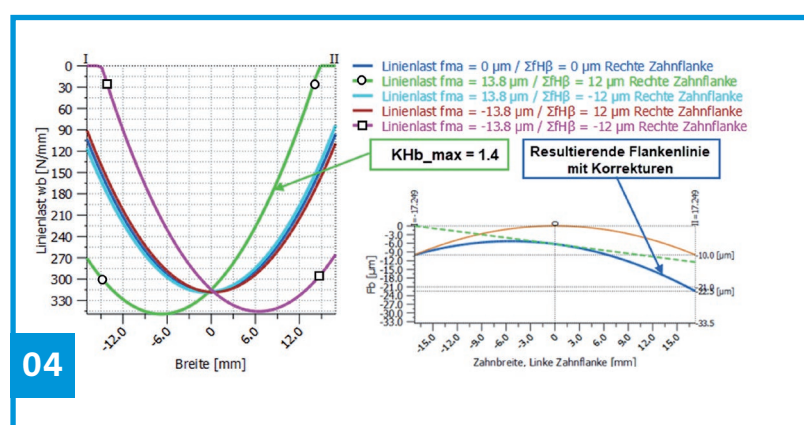
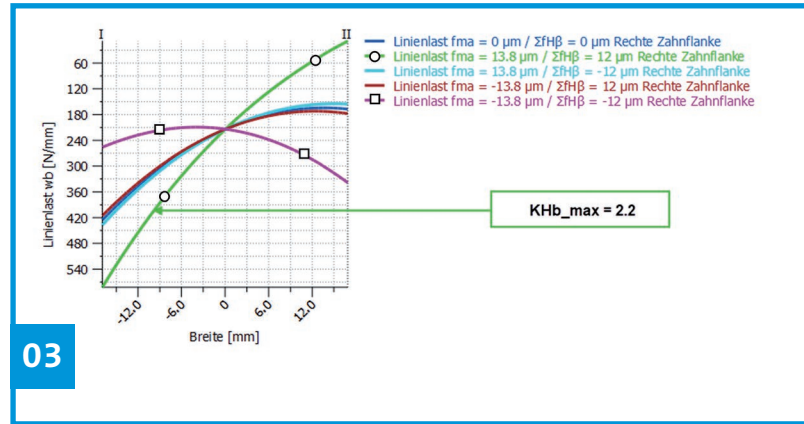
Im dritten und letzten Schritt wird die Mikrogeometrie der Zahnräder definiert. Zunächst werden Flankenlinienkorrekturen angewendet, um Wellenbiegung und -torsion, Wellenversätze aufgrund von Herstellfehlern, Lagerspiel, Verformung sowie Einflüsse der Gehäusesteifigkeit zu kompensieren. Optimale Flankenlinienkorrekturen führen aufgrund einer gleichmäßigeren Lastverteilung entlang der Flanke normalerweise zu einer Erhöhung der Drehmomentkapazität des Getriebes, wodurch sich der Breitenlastfaktor $K_{H\beta}$ verringert. Typischerweise wird eine Schrägungswinkelkorrektur vorgenommen, um Wellenversätze zu kompensieren. Außerdem wird die Breitenballigkeit angepasst, um zufällige Herstellfehler und Torsionseffekte auszugleichen.

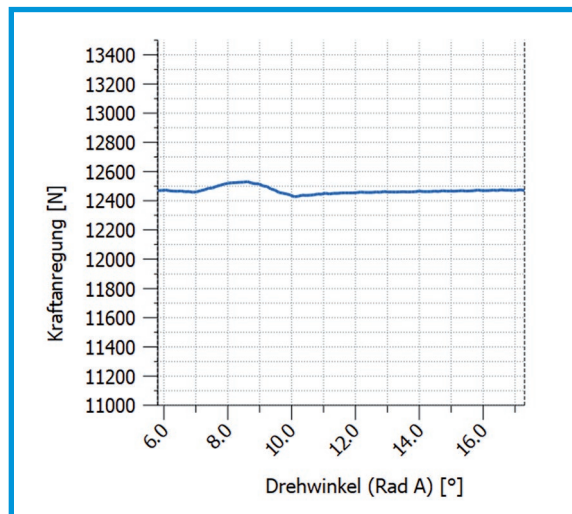
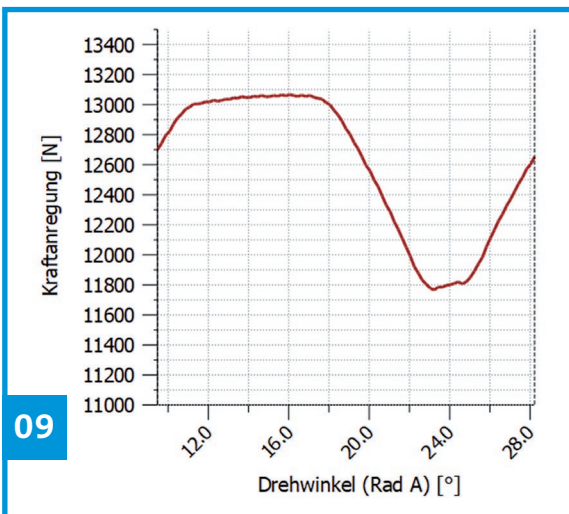
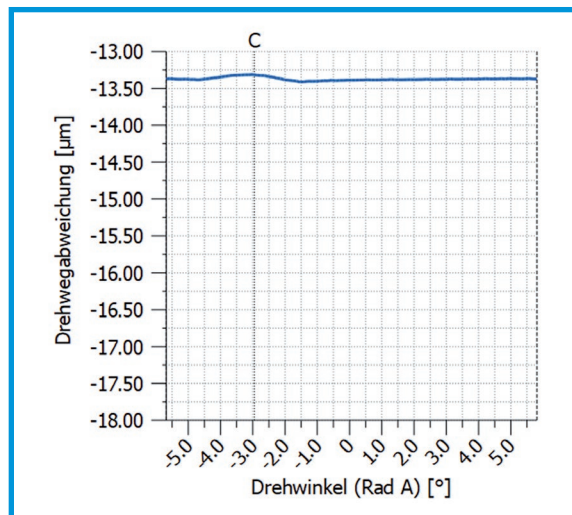
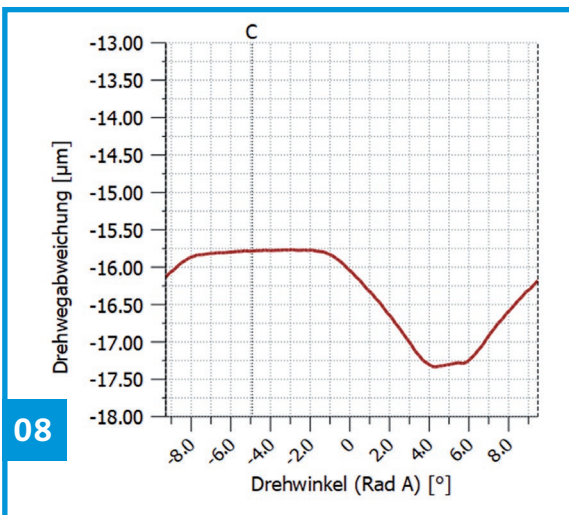
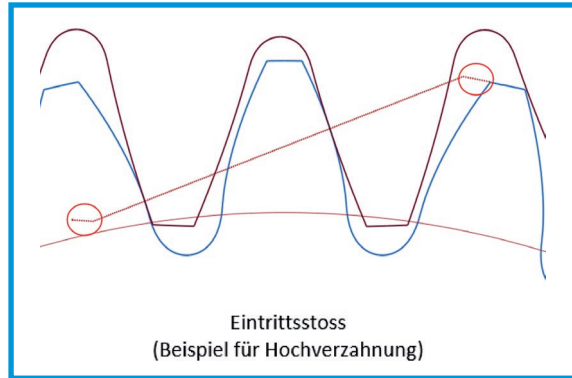
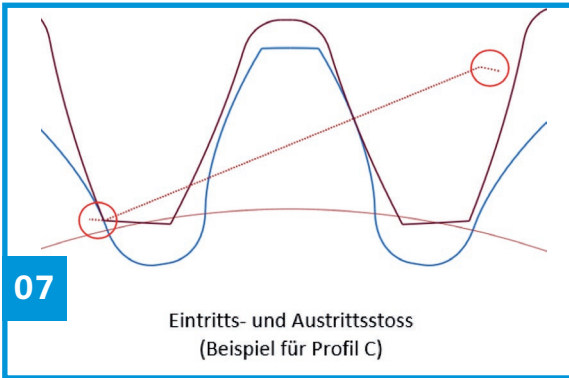
Sobald eine optimale Lastverteilung entlang der Flanke erzielt wurde, werden Profilkorrekturen angewandt, um die Geräuschanregung der Zahnräder zu reduzieren. Sonstige Effekte wie geringere Kontakttemperatur und höherer Wirkungsgrad, gleichmäßige Normalkraftverteilung oder höhere Sicherheit gegenüber Graufleckigkeit können erzielt werden. Allerdings konzentrieren wir uns in diesem Artikel auf die Optimierung von Parametern im Zusammenhang mit der Geräuschanregung, z. B. auf die Eingriffslinie unter Last, die Amplitude der Drehwegabweichung, die Kraftanregung und die Harmonischen.

FLANKENLINIENKORREKTUREN

Der Breitenlastfaktor $K_{H\beta}$ wird als der Quotient aus der höchsten Linienlast und der mittleren Linienlast über die Zahnbreite definiert [1]. Unter optimalen Bedingungen wäre der Breitenlastfaktor also gleich eins. In Anhang E von ISO 6336 wird ein Ansatz für die Berechnung des Breitenlastfaktors $K_{H\beta}$ unter Berücksichtigung von Wellenversatz durch Biegung, Torsionsverformung und Herstellfehler beschrieben (Bild 01). Flankenlinienkorrekturen werden angewendet, um die ungleichmäßige Lastverteilung zu kompensieren.

Bei Zahnrädern mit höherer Qualität hängt der Breitenlastfaktor hauptsächlich von der Wellenverformung durch Biegung ab. Es ist daher wichtig, bei der Optimierung der Lastverteilung eine Berechnung der Wellenverformung durchzuführen. In Bild 02 sind die Resultate einer analytischen Berechnung einer Wellenverformung unter Berücksichtigung einer nichtlinearen Lagersteifigkeit dargestellt, welche auf die innere Lagergeometrie gemäß Beschreibung in ISO/TS 16281 [2] zurückzuführen ist (siehe rote Kurve). Die blaue Kurve stellt die Biegelinie mit unendlicher Lagersteifigkeit dar. Wenn also die Lagersteifigkeit nicht berücksichtigt wird, kann die Auslegung einer Schrägungswinkelkorrektur falsch sein und in manchen Fällen sogar zu einer schlechteren Lastverteilung führen, als wenn überhaupt keine Korrektur angewandt wird.



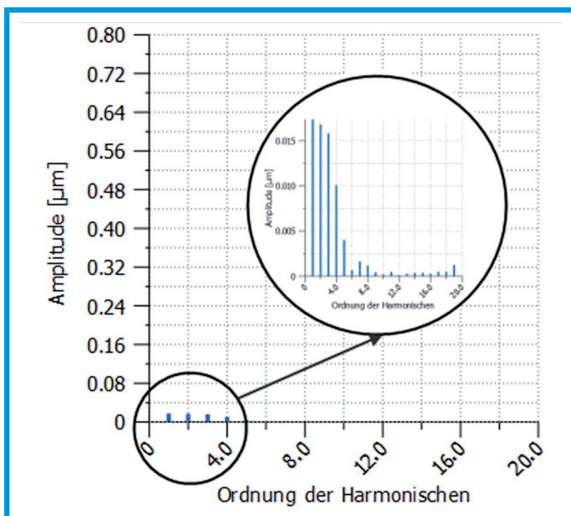
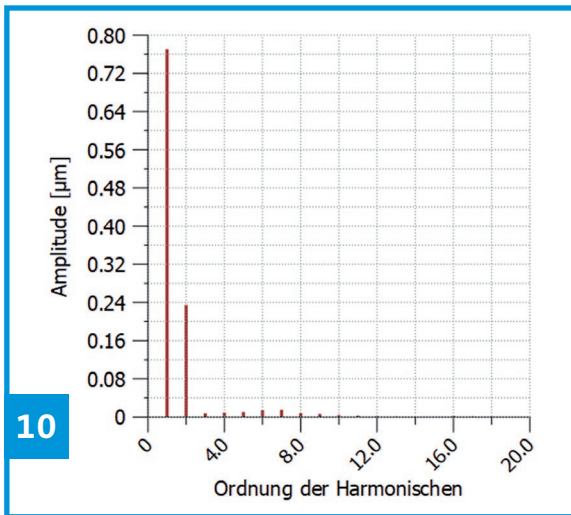


Darüber hinaus sollten Herstellabweichungen wie Nicht-Parallelität von Achsen (f_{ma}) und Flankenlinien-Winkelabweichung ($f_{H\beta}$) berücksichtigt werden. Da Herstellfehler ein positives oder negatives Vorzeichen haben können, sind mehrere Szenarien zu analysieren. In **Bild 03** ist die Lastverteilung für fünf verschiedene Fälle dargestellt:

- $f_{ma} = 0$ und $f_{H\beta} = 0$
- $f_{ma} (+)$ und $f_{H\beta} (+)$
- $f_{ma} (+)$ und $f_{H\beta} (-)$
- $f_{ma} (-)$ und $f_{H\beta} (+)$
- $f_{ma} (-)$ und $f_{H\beta} (-)$

Nach Anhang E von ISO 6336 ist die Festigkeitsberechnung mit dem höchsten Breitenlastfaktor (in diesem Beispiel $K_{H\beta} = 2,2$) durchzuführen, der aus den fünf vorstehenden Fällen resultiert.

Für eine Optimierung der Lastverteilung und des Breitenlastfaktors mit Herstellfehlern wird typischerweise die Breitenballigkeit erhöht. Das Ziel besteht darin, die maximale Linienlast in sämtlichen Szenarien mit Herstellfehlern zu reduzieren und die Linienlastspitzen von den Kanten der Zahnräder weg zu verschieben. In **Bild 04** ist die Linienlast mit einer um $10 \mu\text{m}$ erhöhten Breitenballigkeit dargestellt. In diesem Beispiel liegt der höchste Breitenlastfaktor bei $f_{ma} (+)$ und $f_{H\beta} (+)$ und entspricht etwa 1,4. Die Berücksichtigung des resultierenden Breitenlastfaktors in der Festigkeitsberechnung führte zu



07 Der Eintritts- und Austrittsstoß

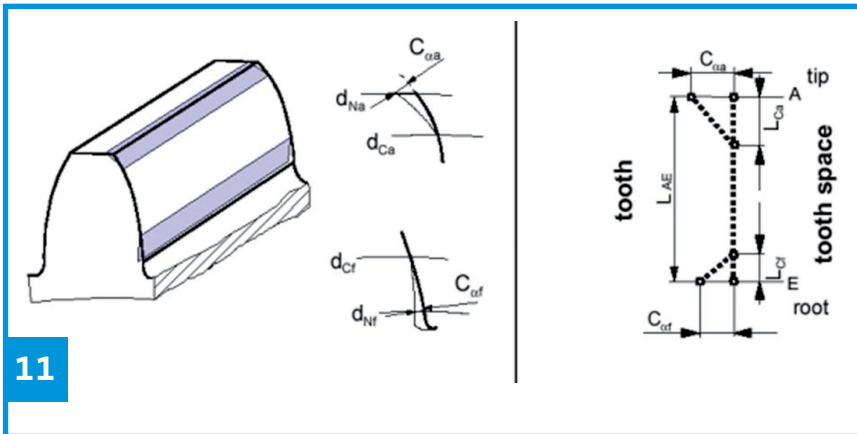
08 Die Drehwegabweichung

09 Die Kraftanregung

10 Das Amplitudenspektrum

einer um 45 % höheren Zahnfußsicherheit und einer um 20 % höheren Flankensicherheit.

Eine wichtige, hier zu berücksichtigende Einschränkung bei der Herstellung ist die Herstellverschränkung. Wird die Breitenballigkeit bei Schrägströmradern durch Abwälzschleifen erzeugt, kann es durch die Schleifbewegung des Werkzeugs zu einer Verschränkung kommen. Findet keine Kompensation statt, kann eine höhere effektive Linienlast auftreten. In **Bild 05** ist die Form der Breitenballigkeit mit Einfluss des fertigungsbedingten Twists dargestellt. Das Kompensieren der Verschränkung ist keine einfache Aufgabe, insbesondere mangels entsprechender Literatur. Es erfordert den Einsatz moderner Schleifmaschinen.



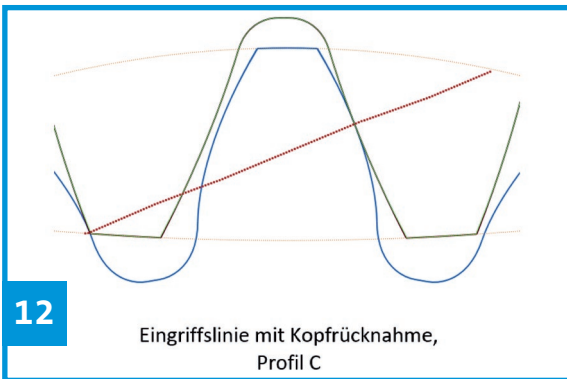
11

11 Die Kopf- und Fußrücknahme

12 Die optimierte Eingriffslinie

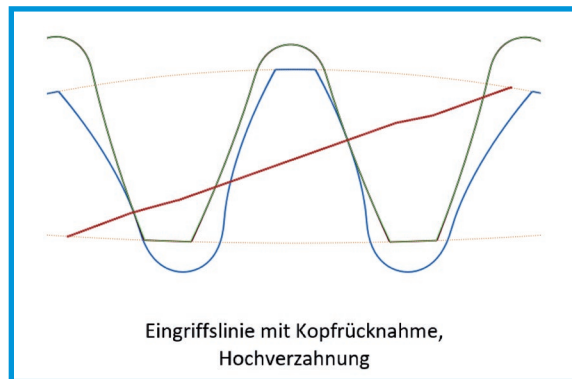
13 Die optimierte Drehwegabweichung

14 Die optimierte Kraftanregung

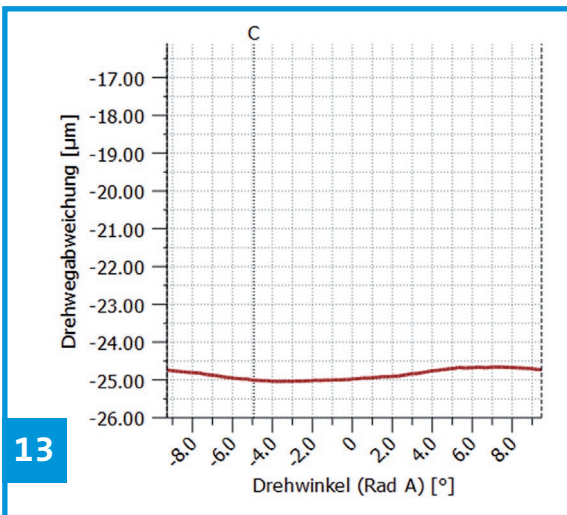


12

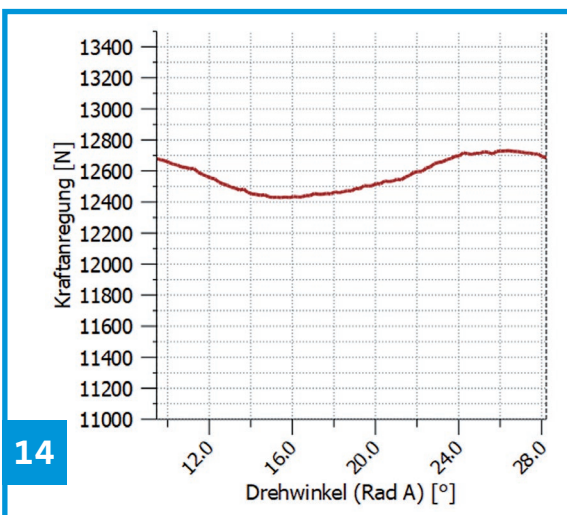
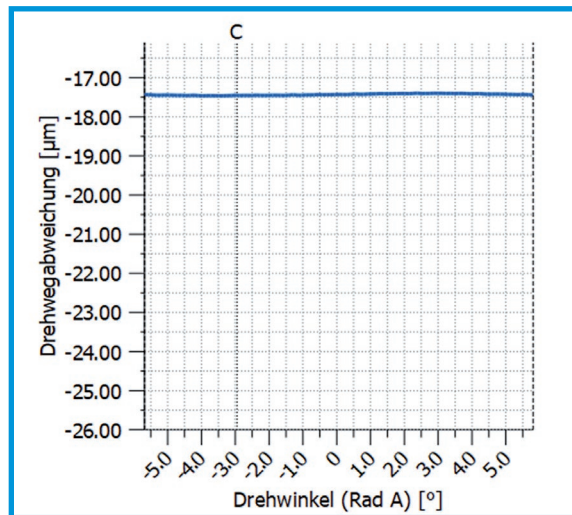
Eingriffslinie mit Kopfrücknahme, Profil C



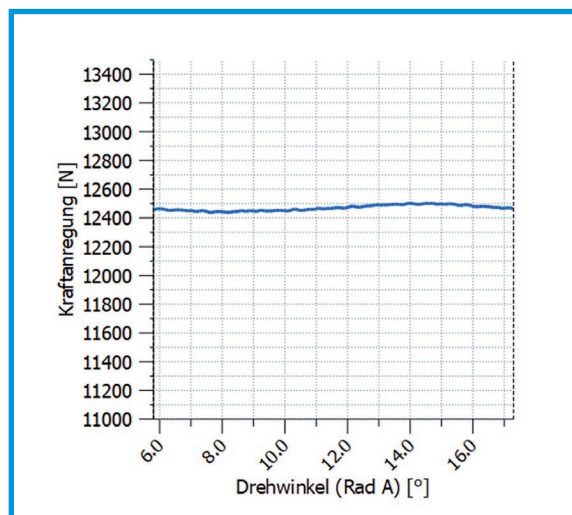
Eingriffslinie mit Kopfrücknahme, Hochverzahnung



13



14



ZAHNKONTAKTANALYSE UNTER LAST

Das Ziel der Zahnkontaktanalyse unter Last (Loaded Tooth Contact Analysis, LTCA) ist es, den Zahneingriff unter Last auszuwerten. Für die Berechnung der Zahnverformung ist ein Zahnsteifigkeitsmodell erforderlich. Weber & Banaschek [3] stellen ein Analysemodell für die Zahnverformung vor, bei dem die Zahnradverformung in drei Hauptkomponenten unterteilt ist:

- Radkörperdeformation
- Zahnbiegeverformung
- Hertz'sche Abplattung

Basierend auf dieser Theorie kann ein analytisches Steifigkeitsmodell erstellt werden. Anschließend kann eine Zahnkontaktanalyse unter Last unter Berücksichtigung von Zahnverformung, Wellenversätzen, Herstellfehlern (z. B. Teilungsfehlern) und einer definierten Teillast für die Berechnung durchgeführt werden (**Bild 06**). Die Resultate der LTCA liefern wichtige Parameter für die Bestimmung der Geräuschanregung und deren Optimierung:

- Drehwegabweichung
- Amplitudenspektrum der Drehwegabweichung
- Kraftanregung
- Eingriffslinie unter Last

Die Drehwegabweichung beschreibt die Abweichung des theoretischen Eingriffspunkts vom Eingriffspunkt unter Berücksichtigung der Zahnverformung. Insbesondere die Amplitude dieser Drehwegabweichung ist ein wertvoller Parameter für die Geräuschoptimierung. Die Fourier-Transformation liefert die Ordnungszahlen der Harmonischen und ermöglicht die Auswertung der Erregerfrequenzen. Aus der Drehwegabweichung und der Eingriffsteifigkeit lässt sich die Kraftanregung [4] ableiten, die einen Vergleich der verschiedenen geometrischen Lösungen hinsichtlich der Schwingungserregung ermöglicht. Unter zusätzlicher Berücksichtigung der Drehwegabweichung lässt sich zudem die beste Variante mit reduzierter Geräusentwicklung ermitteln. Darüber hinaus zeigt die Eingriffslinie unter Last die Änderung des Eingriffswinkels am Anfang und am Ende des Zahneingriffs. Dieses Phänomen wird weiter unten als „Eintritts- bzw. Austrittsstoß“ bezeichnet (**Bild 07**).

Im Artikel-Teil 1 wurden zwei Beispiellösungen für das Feinauslegungsverfahren vorgestellt. In **Bild 10** sind die Resultate einer Zahnkontaktanalyse unter Last dargestellt. Beide Lösungen weisen einen Eintrittsstoß am Anfang und einen Austrittsstoß am Ende des Zahneingriffs auf. Aufgrund einer höheren Überdeckung und einer höheren Steifigkeit sind die Amplituden der Drehwegabweichung und der Kraftanregung geringer bei der Lösung mit Hochverzahnung. Andererseits weist das Amplitudenspektrum beim Standardbezugsprofil geringere Ordnung der Harmonischen auf.

PROFILKORREKTUREN

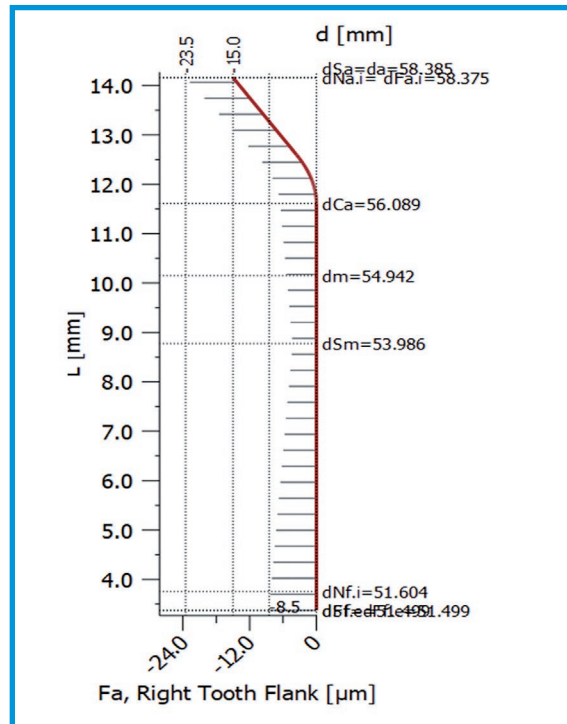
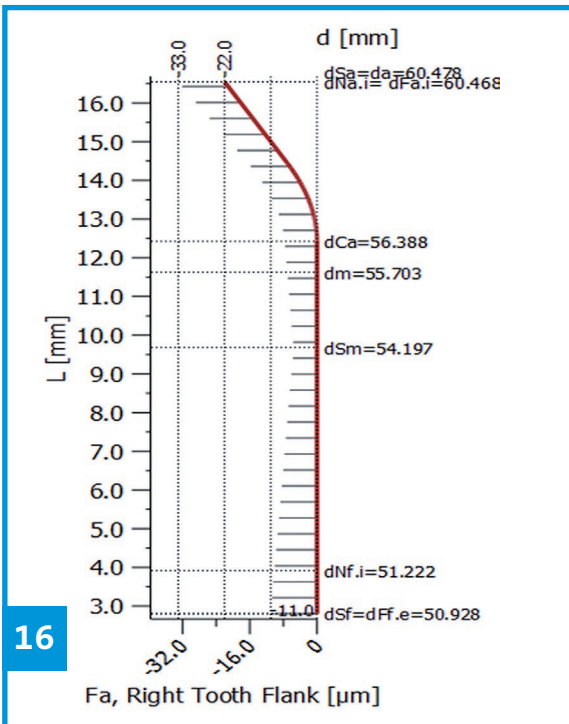
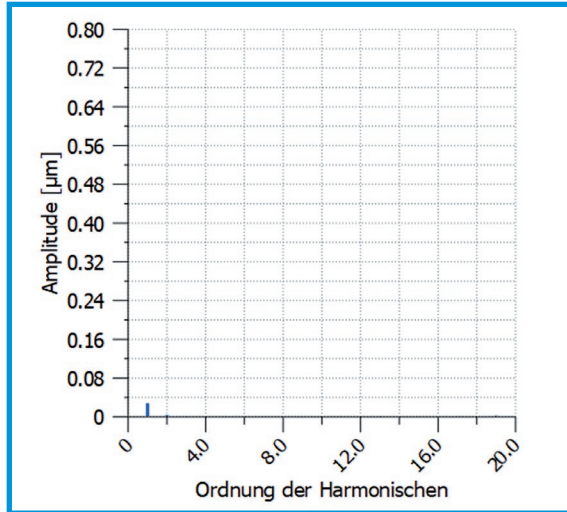
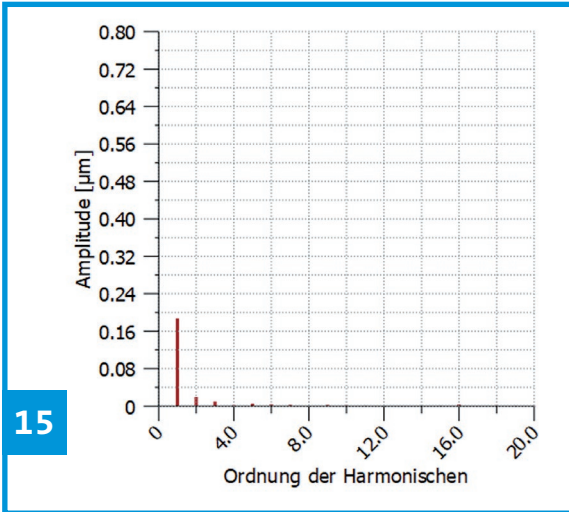
Der letzte Schritt besteht in der Auslegung der Profilkorrekturen. In verschiedenen Bereichen, z. B. Geräuschanregung, Kontakttemperatur, Wirkungsgrad, Graufleckigkeit oder Fressen, lassen sich mit gut ausgelegten Profilkorrekturen Verbesserungen erzielen. In diesem Artikel konzentrieren wir uns auf die Minderung der Geräuschanregung durch Verfolgung einer einfachen Strategie:

1. Eintrittsstöße am Anfang und Austrittsstöße am Ende des Zahneingriffs beseitigen.
2. Die Amplitude der Drehwegabweichung minimieren.
3. Harmonische der zweiten und höherer Ordnungen auf möglichst nahe null reduzieren.

In ISO 21771 sind verschiedene Arten von Korrekturen definiert. Typischerweise wird eine Kopfrücknahme (**Bild 11**) an beiden Zahnradern vorgenommen, um die Geräuschanregung der Zahnradler zu reduzieren. Der Betrag der Kopfrücknahme $C_{\alpha a}$ wird so angepasst, dass Eintritts- und Austrittsstöße beseitigt werden. Außerdem wird die Wälzlänge der Kopfrücknahme so gewählt, dass die Drehwegabweichung minimiert wird.

In **Bild 12** ist die Eingriffslinie unter Last mit beseitigten Eintritts- und Austrittsstößen bei Anwendung einer Kopfrücknahme von $C_{\alpha a} = 22 \mu\text{m}$ im Beispiel mit einem Standardbezugsprofil und $C_{\alpha a} = 15 \mu\text{m}$ im Beispiel mit Hochverzahnung dargestellt.

Die Amplitude der Drehwegabweichung (**Bild 13**) wurde in beiden Fällen reduziert. Die geringsten Geräuschpegel sind bei dem Beispiel mit Hochverzahnung zu erwarten: Der Verlauf der Kurve für die Drehwegabweichung ist flacher und hat eine kleinere Amplitude. Erklären lässt sich dies durch die höhere Überdeckung



15 Optimiertes Amplitudenspektrum

16 Profildiagramme, Profil C (links), Hochverzahnung (rechts)

und die nahezu konstante Steifigkeit der Hochverzahnung. Dieselben Effekte lassen sich bei der Kraftanregung beobachten (**Bild 14**). Trotz Beibehaltung des Durchschnittswerts der Kraftanregung bei beiden Varianten kommt es zu einer Verringerung der Amplitudenwerte. In **Bild 15** ist ein weiterer Vorteil der Anwendung einer Kopfrücknahme dargestellt: Die Harmonischen zweiter und höherer Ordnungen wurden insbesondere im Beispiel mit der Hochverzahnung reduziert. Die Form eines Signals mit nur einer dominanten Harmonischen ähnelt der einer Sinus-/Cosinuswelle. Sind hinge-

gen viele Ordnungen von Harmonischen dominant, weist das Signal eher die Form einer Rechteckfunktion auf, was ungünstig ist.

In **Bild 16** sind die Profildiagramme beider Varianten dargestellt. Bei Herstellung durch Abwälzschleifen wird i. d. R. eine Abrichtscheibe verwendet, um die Schleifschnecke zu bearbeiten, mit deren Hilfe später die Korrekturen durchgeführt werden. Wenn sich die Korrekturen mithilfe der verfügbaren Schleif-/Abrichtwerkzeuge durchführen lassen, ermöglicht die Auswertung Einsparungen von Kosten und Zeit. In manchen Fällen werden die Korrekturen direkt in die Form des Abwälzfräasers integriert.

Zahnräder werden i. d. R. mit einer Schleifzugabe hergestellt, die im Rahmen des Schleifprozesses entfernt wird, um den Anforderungen an die Dimensionen gerecht zu werden. Durch die Entscheidung für ein Wärmebehandlungsverfahren, dem das Zahnrad

Teil 1 der Serie können Sie unter folgendem Link lesen:
<https://bit.ly/2YQmLZY>

unterzogen wird, legt man grundsätzlich die Schleifzugabe für den Bearbeitungsprozess fest [5]. Durch Auswahl einer Wärmebehandlung mit geringem Verzug lässt sich die Schleifzugabe reduzieren, um den Aufwand für die Bearbeitung gehärteter Oberflächen zu minimieren und die Gesamtkosten der Herstellung zu verringern. Folglich ist die Umsetzung von Korrekturen mit dem Wärmebehandlungs- und Bearbeitungsprozess verknüpft und sollte beim Konstruktionsprozess Berücksichtigung finden.

DIE BEWERTUNG

Das Verfahren für die Auslegung von Stirnrädern lässt sich in drei Hauptschritte unterteilen: Grobauslegung, Feinauslegung und Korrekturauslegung. Im Rahmen der Grobauslegung werden Dimensionen des Getriebes wie Achsabstand und Zahnbreite definiert. Sind die resultierenden Getriebedimensionen zu groß, lassen sich mit einem höherwertigen Werkstoff oder durch eine Wärmebehandlung bessere Resultate erzielen.

Im nächsten Schritt wird die Makrogeometrie der Zahnräder definiert. Parameter wie Normalmodul, Eingriffswinkel, Schrägungswinkel und Bezugsprofil werden optimiert, um verschiedenen Konstruktionskriterien gerecht zu werden. Die Aufstellung einer Liste mit verfügbaren Fräsern kann dabei helfen, die Herstellkosten zu optimieren. Alternativ kann ein nicht standardisiertes Bezugsprofil verwendet werden, um bestimmte Eigenschaften wie eine höhere Eingriffssteifigkeit oder eine höhere Überdeckung zu erzielen.

Im letzten Schritt wird die Mikrogeometrie der Zahnräder definiert. Es wurde gezeigt, dass sich die Drehmomentkapazität eines Getriebes durch Umsetzung gut konstruierter Flankenlinienkorrekturen deutlich erhöhen lässt. Eine Verschränkung infolge des Herstellverfahrens kann das Potenzial für Optimierungen begrenzen. Eine Zahnkontaktanalyse unter Last ermöglicht die Quantifizierung von Geräuschparametern wie der Eingriffslinie unter Last einschließlich Eintritts- und Austrittsstößen, Amplitude des Drehwegfehlers, Kraftanregung und Harmonische. Anschließend werden Profilkorrekturen angewandt, um die vorstehenden Parameter zu ver-

bessern und die Ursachen für Schwingungen zu mindern.

Fotos: KISSsoft AG

www.kisssoft.ag

Literaturverzeichnis:

- [1] ISO 6336, Tragfähigkeitsberechnung von gerad- und schrägverzahnten Stirnrädern, Teile 1, 2, 3 und 6, 2006
- [2] ISO TS 16281, Wälzlager - Dynamische Tragzahlen und nominelle Lebensdauer-Berechnung der modifizierten nominellen Referenz-Lebensdauer für Wälzlager, 2008
- [3] Weber C., Banaschek K.: FVA-Bericht 129 und 134, Elastische Formänderung der Zähne und der anschließenden Teile der Radkörper von Zahnradgetrieben, FVA 1955
- [4] FVA-Bericht Nr. 487, 2011
- [5] Nicholas Bugliarello, Biji George, Don Giessel, Dan McCurdy, Ron Perkins, Steve Richardson & Craig Zimmerman: Heat Treat Processes for Gears, Gear Solutions, Juli 2010

DIE IDEE



„Zur Nachrechnung von Stirnrädern gibt es diverse Normen wie ISO, DIN, VDI, AGMA usw. In den Normen ist jedoch nicht enthalten, wie eine Verzahnung ausgelegt werden soll. Es fehlte bisher also eine technische Anleitung, welche die einzelnen Schritte zur Stirnradauslegung durchläuft und dabei die aktuellen technologischen Herausforderungen mitberücksichtigt. Die vorliegenden Ausführungen bieten dem Ingenieur einen Vorschlag, wie eine solche Auslegung in der Praxis durchgeführt werden kann.“



Ilja Tsikur, Vertriebsingenieur,
KISSsoft AG