

# Analisi e simulazione acustica di un assale elettrico

IN QUESTO ARTICOLO È PRESENTATA UNA METODOLOGIA PER L'ANALISI VIBROACUSTICA DI UNA ELECTRIC DRIVE UNIT (EDU). LA TRASMISSIONE DELLA EDU È STATA PROGETTATA MEDIANTE LO STRUMENTO KISSSYS. È STATO VALUTATO IL COMPORTAMENTO DI INGRANAGGI A ELEVATO RAPPORTO DI CONDOTTA (HCR) RISPETTO A UN PROFILO STANDARD SECONDO ISO-53. I PARAMETRI DI RIFERIMENTO PER TALE VALUTAZIONE SONO IL PICCO-PICCO DELL'ERRORE DI TRASMISSIONE (PPTE), LE FORZE DI INGRANAMENTO E I CARICHI AGENTI SUI CUSCINETTI. TALI CONFRONTI HANNO MOSTRATO IL MIGLIORAMENTO DELLA PERFORMANCE NVH ATTESO DA UNA DENTATURA HCR

L'industria automobilistica sta sviluppando sistemi di motopropulsione elettrificati e nuove tecnologie per limitare il consumo di combustibili fossili, incrementare l'efficienza del sistema veicolo e ridurre le emissioni "tank-to-wheel" di diossido di carbonio (CO<sub>2</sub>) ed altri inquinanti, al fine di soddisfare le normative vigenti.

Il passaggio da un veicolo convenzionale ad uno azionato da EDU (Electric Drive Unit) porta ad una riduzione del livello di emissione sonora sia esternamente che internamente all'abitacolo. Ciò è particolarmente evidente a velocità ridotte.

Sebbene la potenza sonora radiata da un veicolo elettrico sia inferiore rispetto ad un veicolo convenzionale, il comportamento acustico (NVH) di tali veicoli è caratterizzato dalla presenza di "toni" distinguibili, provenienti dal motore elettrico, dai componenti della trasmissione e dall'inverter. Simulazioni del comportamento acustico di un'EDU sono dunque fondamentali in fase di progettazione, al fine di una corretta integrazione del componente nel sistema veicolo.

Sono due gli approcci per la definizione dei target acustici della trasmissione e del motore elettrico presentati in [2]: a livello di sistema, mediante la sintesi del livello di pressione sonora fino all'interno dell'abitacolo attraverso opportune funzioni di trasferimento, ed a livello di componente, il che consente di considerare in maniera più approfondita il contributo di ogni sottosistema. Diversi aspetti del processo di sviluppo NVH di una EDU sono descritti in [3], nel quale vengono chiarite le aree di ottimizzazione del comportamento acustico, ossia la trasmissione, il motore elettrico ed i dispositivi di elettronica di potenza. Nel seguito viene presentato lo stato dell'arte per tali aree.

Le basi teoriche sull'ottimizzazione acustica delle trasmissioni vengono descritte nei testi di Smith [4] e di Beranek [5]. Akerblom [6] ha condotto un'approfondita ricerca bibliografica sull'emissione sonora degli ingranaggi, in termini di forzanti, di modelli dinamici e di sistemi di misura delle vibrazioni. Esistono inoltre numerosi studi sul comportamento dinamico non lineare delle trasmissioni, condotti da istituti di ricerca quali il "Gear Lab" della Ohio State University [7], [8], [9], [10], il "Gear Research center (FZG)" della Technical University of Munich [11] [12] [13] [14], ed il "Laboratorio di Vibrazioni e Powertrain" dell'Uni-

versità degli Studi di Modena e Reggio Emilia [15] [16] [17] [18]. La valutazione delle prestazioni NVH del motore elettrico e dell'elettronica di potenza è fondamentale per la progettazione della EDU: l'emissione sonora ad alta frequenza generata dalle forze elettromagnetiche della EM e dall'operazione dell'inverter è soggettivamente fastidiosa, dunque molti costruttori ed istituti di ricerca hanno analizzato il problema.

I concetti fondamentali di ottimizzazione acustica del motore elettrico in fase di progettazione sono trattati in [19]. Kang ha

**TAB. 1 - PARAMETRI GEOMETRICI DI UN CUSCINETTO**

Diametro esterno	$D_1$
Diametro interno	$D_2$
Diametro primitivo	$PD = D_1 + D_2 / 2$
Diametro del corpo volvente	$D_b$
Angolo di contatto	$\beta$
Numero di corpi volventi	$n$
Velocità di rotazione (velocità relativa tra la pista esterna e la pista interna)	rps

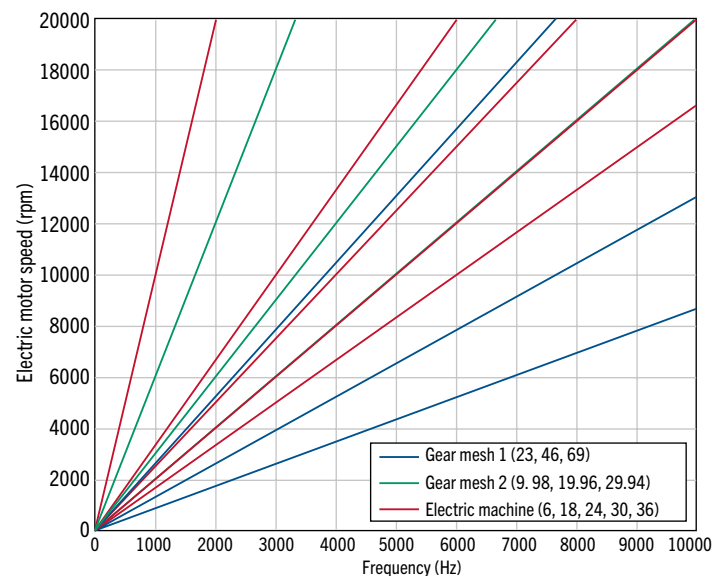


Fig. 1 - Diagramma di Campbell per la EDU studiata

analizzato l'emissione sonora dovuta alle forzanti elettromagnetiche in un veicolo elettrico [20].

In questo articolo viene presentata una metodologia per l'analisi vibroacustica di una EDU. Dopo aver tracciato sul diagramma di Campbell gli ordini meccanici ed elettrici, vengono calcolate le forme modali del sistema. In seguito, l'assale elettrico viene modellato come sistema multi-corpo flessibile e si studia la sua risposta forzata. Ogni corpo in questa fase è trattato secondo la tecnica di condensazione modale di Craig-Bampton. Viene valutato il comportamento di ingranaggi ad elevato rapporto di condotta (HCR) rispetto ad un profilo standard secondo ISO-53. I parametri di riferimento per tale valutazione sono il picco-picco dell'errore di trasmissione (PPTe), le forze di ingranamento ed i carichi agenti sui cuscinetti. Viene infine investigato l'effetto della rigidità della scatola. Il confronto della potenza irradiata equivalente (Acoustic Equivalent Radiated Power) per le due dentature mostra la riduzione delle velocità normali sulla superficie della scatola per il profilo HCR, e le aree più critiche della scatola in termini di emissione acustica.

## Analisi della risposta forzata e acustica

### Diagramma di Campbell di una EDU

Un ordine di eccitazione è un fenomeno (meccanico, elettrico, ecc.) che si presenta un certo numero di volte all'interno di un giro completo del motore elettrico, indipendentemente dalla velocità di rotazione e dalle risonanze del sistema. In una EDU distinguiamo principalmente ordini meccanici dovuti a squilibrio e disallineamento (periodicità 1x, 2x), ordini meccanici dovuti agli ingranamenti e cuscinetti (periodicità legata agli elementi caratteristici dei medesimi, come di seguito illustrato), ed ordini legati all'eccitazione elettromagnetica del motore elettrico. Il diagramma di Campbell consente di rappresentare gli ordini di eccitazione di un sistema. In figura 1 è mostrato un diagramma tipico: la frequenza è rappresentata sull'asse X e la velocità di rotazione del motore elettrico sull'asse Y. Tale analisi è determinante per stabilire se una frequenza naturale del sistema viene eccitata da una delle forzanti presenti nel sistema o sue armoniche e per controllare che ordini provenienti da due diverse sorgenti non siano sovrapposti.

Di seguito è illustrato il calcolo degli ordini di eccitazione meccanici ed elettrici di una EDU.

### Ordini dovuti a squilibrio e disallineamento

Tutte le macchine rotanti sono in grado di forzare il sistema con vibrazioni che in genere derivano dalla presenza di disallineamenti tra due alberi o dalla presenza di uno squilibrio di massa sul rotore della macchina elettrica.

La norma ISO 1940 [21] definisce lo squilibrio di massa come quella condizione che esiste in un rotore quando carichi vibranti sono trasmessi ai supporti del rotore come risultato delle forze centrifughe. Inoltre, specifica i gradi di squilibrio ammissibili e i metodi per verificare lo squilibrio residuo di un rotore. Attraverso un'analisi del contenuto armonico dei carichi si evince che il contributo principale al fenomeno vibratorio è dato dall'ordine 1.

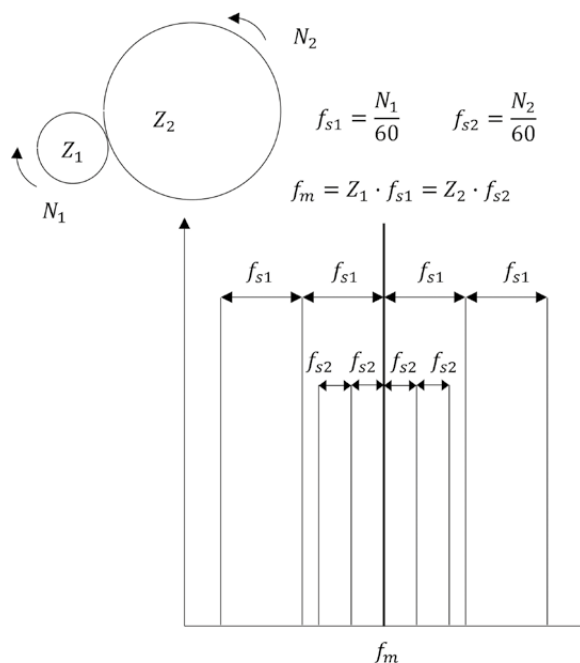


Fig. 2 - Frequenza di ingranamento e bande laterali

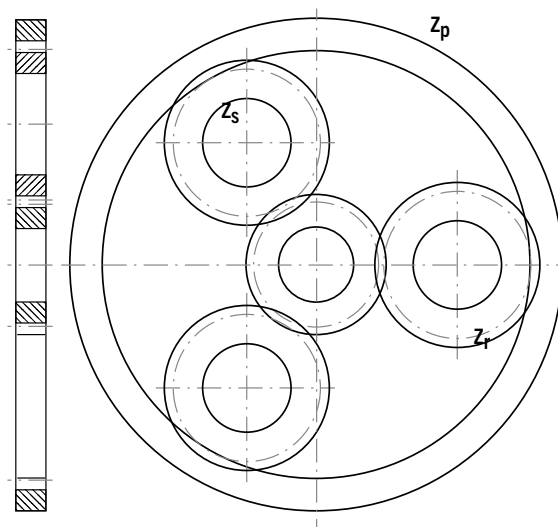


Fig. 3 - Un rotismo epicicloideale

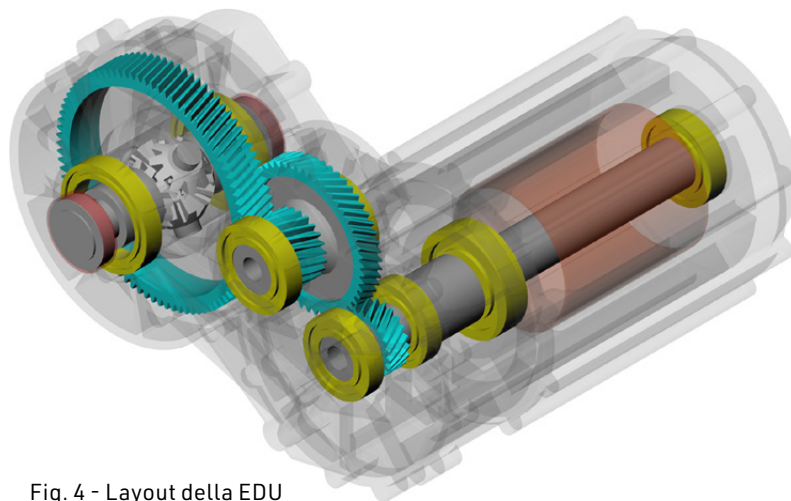


Fig. 4 - Layout della EDU

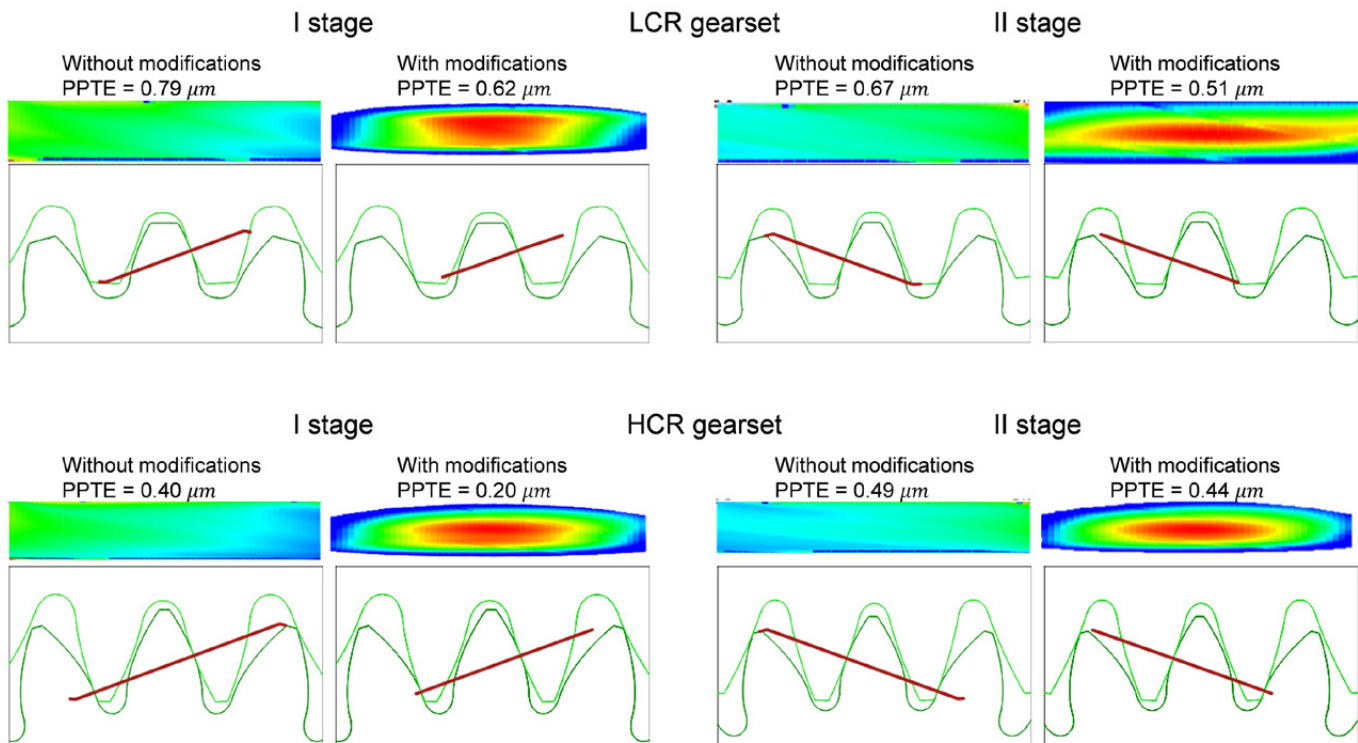


Fig. 5 - Effetto delle modifiche microgeometriche su impronta di contatto e PPTE

La proiezione su uno dei due assi di un sistema di riferimento cartesiano della forza prodotta da una massa squilibrante pari ad  $M_u$  posta a distanza  $r$  dall'asse di rotazione di un corpo rotante a velocità angolare  $\omega$  è infatti espressa come:

$$F_u = M_u \cdot r \cdot \omega^2 \sin(\omega t) \quad (1)$$

L'ampiezza dell'ordine 1 varia in maniera quadratica con la velocità angolare.

I disallineamenti tra alberi sono un'altra causa primaria di vibrazioni. Si possono distinguere disallineamenti paralleli ed angolari. Se la condizione ideale è che i due assi giacciono su di una stessa retta, nel primo caso essi giacciono su rette parallele, nel secondo su rette inclinate che si intersecano ad un certo angolo. Come spiegato in [22], un disallineamento angolare è in genere causa di vibrazioni assiali di ordine 1 e 2 ed un disallineamento parallelo può risultare in vibrazioni radiali di ampiezza elevata per ciò che concerne l'ordine 2. In ogni caso, in presenza di un disallineamento misto sono presenti tutti gli ordini più bassi, e possono presentarsi picchi fino all'ordine 8 in condizioni severe di disallineamento.

#### Ordini dovuti agli ingranamenti

L'analisi spettrale di una EDU mostra frequenze riconducibili alla presenza di ingranamenti. La frequenza fondamentale di ingranamento  $f_m$  è calcolata come il prodotto tra il numero di denti del pignone  $z_1$  (della corona  $z_2$ ) e la velocità di rotazione dell'albero rispetto al quale l'ingranaggio è solidale  $f_{s1}$  ( $f_{s2}$ ), espressa in [rps] / [Hz]:

$$f_m = z \cdot f_s \quad (2)$$

L'ampiezza delle vibrazioni alla frequenza di ingranamento è in genere connessa ai carichi trasmessi, perciò l'analisi forzata di

TAB. 2 - PRINCIPALI FREQUENZE ELETTRICHE PER MOTORE SINCRONO

Prodotto delle armoniche spaziali di statore	$f_1 = 2pnf$
Prodotto delle armoniche spaziali di rotore	$f_2 = 2pn(1 \pm 2k_1)f$
Prodotto degli avvolgimenti statorici con le armoniche spaziali di rotore	$f_3 = 2pn(1 + k_1)f$ and $f_3 = 2pnk_1f$
Interazione del campo magnetico con le cave statoriche	$f_4 = p\mu_x f$ dove $\mu_x = \text{int}[ks/p]$

una EDU andrebbe condotta in condizioni di potenza massima. Possono nascere delle bande laterali alla frequenza di ingranamento, posizionate in corrispondenza di  $f_m \pm$  la frequenza di rotazione dell'albero  $f_{s1}$ ,  $f_{s2}$  e multipli. Tale fenomeno è molto comune ed è in genere dovuto all'usura, a difetti o alla presenza di eccentricità e disallineamenti. Una correlazione tra bande laterali e difetti negli ingranaggi viene presentata in [22].

La trasmissione può spesso integrare rotismi epicicloidali, caratterizzati da elevata densità di potenza. In tali sistemi i satelliti sono montati su di un portatreno, il quale ruota rispetto ad una ruota solare e ad un anello esterno, entrambi ad asse fisso (figura 3). La configurazione più semplice e diffusa prevede che la ruota solare rappresenti l'ingresso di potenza ed il portatreno l'uscita, e che l'anello esterno sia fisso. In questo caso la frequenza fondamentale di ingranamento è calcolata come:

$$f_m = z_r \cdot \frac{n_c}{60} = \frac{z_r \cdot z_s}{z_r + z_s} \cdot \frac{n_s}{60} \quad (3)$$

Dove  $z_r$  e  $z_s$  sono rispettivamente il numero di denti dell'anello e del solare,  $n_c$  ed  $n_s$  sono rispettivamente le velocità di rotazione

**TAB. 3 - PARAMETRI E FREQUENZE DI INGRANAMENTO PER INGRANAGGI LCR E HCR**

Parametri di ingranamento Ruota 1		Stadio 1		Stadio 2	
		Ruota 2	Ruota 3	Ruota 4	
Numero di denti	z [-]	23	53	23	89
Angolo d'elica sul primitivo	$\beta$ [°]	30		15	
Angolo di pressione normale	$\alpha_n$ [°]	20		20	
Modulo normale	$m_n$ [mm]	2.5		2.6	
Fattore di spostamento del profilo	$x^*$ [-]	0.0163	-0.6682	0.4706	-0.6659
Larghezza di fascia	b [mm]	25	23	40	38
Interasse	$\alpha$ [mm]	107.99		150.22	
Ordine di ingranamento	GMF	23.00		9.98	
Profilo dentatura LCR	$h_{fp}^*/\rho_{fp}^*/h_{ap}^*$	1.25/0.38/1.00	1.25/0.38/1.00	1.25/0.38/1.00	1.25/0.38/1.00
Profilo dentatura HCR	$h_{fp}^*/\rho_{fp}^*/h_{ap}^*$	1.80/0.19/1.35	1.60/0.29/1.60	1.60/0.29/1.35	1.60/0.29/1.45
Ricoprimento trasversale LCR	$\epsilon_a$ [-]	1.43		1.53	
Ricoprimento trasversale HCR		2.05		2.10	
Ricoprimento d'elica	$\epsilon_\beta$ [-]	1.46		1.20	

del portatreno e del solare. Un'analisi approfondita sulla presenza di bande laterali nei rotismi epicicloidali è presente in [23] [24]. Differenti combinazioni ingresso / uscita e schemi più complessi sono descritti all'interno della norma ANSI/AGMA 6123-C16 [25].

**Ordini dovuti ai cuscinetti**

Gli alberi di una trasmissione sono in genere supportati per mezzo di cuscinetti. Le vibrazioni relative alla loro presenza possono essere tonali o coinvolgere più bande. Fenomeni tonali sono di solito causati da difetti nella produzione [23], ad esempio ovalizzazione delle piste esterne o interne in fase di rettifica dovute al sistema di afferraggio.

Vibrazioni a banda larga sono invece dovute a difetti delle piste o ad imperfezioni dei corpi volventi. SKF ha pubblicato un'analisi riguardante i meccanismi di rottura (failure modes) dei cuscinetti [26], ed una guida per l'interpretazione dei fenomeni vibratorii [27] [28].

Di seguito è presentato il calcolo delle principali frequenze per cuscinetti a sfera, in funzione del diametro dei corpi volventi e delle dimensioni del cuscinetto (tabella 1).

- Difetti sulla gabbia (FTF – Fundamental Train Frequency)

FTF è la frequenza di rotazione della gabbia:

$$f_{FTF} = \frac{rps}{2} \cdot \left( 1 - \frac{D_b}{PD} \cdot \cos\beta \right) \tag{4}$$

- Difetti sulla pista esterna (BPFO – Ball Pass Frequency Outer)
- BPFO è la frequenza di passaggio degli elementi volventi rispetto ad un difetto localizzato sulla pista esterna:

$$f_{BPFO} = \frac{n \cdot rps}{2} \cdot \left( 1 - \frac{D_b}{PD} \cdot \cos\beta \right) \tag{5}$$

- Difetti sulla pista interna (BPFI – Ball Pass Frequency Inner)
- BPFI è la frequenza di passaggio degli elementi volventi rispetto ad un difetto localizzato sulla pista interna:

$$f_{BPF1} = \frac{n \cdot rps}{2} \cdot \left( 1 + \frac{D_b}{PD} \cdot \cos\beta \right) \tag{6}$$

- Difetti sul corpo volvente (BSF – Ball Spin Frequency)
- BSF è la frequenza di passaggio di un difetto presente sull'elemento volvente sopra ciascuna delle piste, interna ed esterna. Fisicamente BSF corrisponde al numero di rotazioni che un elemento volvente compie, per ogni rotazione dell'albero:

$$f_{BSF} = \frac{PD \cdot rps}{2 \cdot D_b} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{D_b}{PD} \cos\beta \right)^2 \right] \tag{7}$$

**Ordini dovuti al motore elettrico**

L'emissione sonora del motore elettrico è causata dalle forze elettromagnetiche al traferro, le quali eccitano lo statore e dunque la scatola della EDU. I carichi elettromagnetici possono essere suddivisi in tangenziali, responsabili anche della generazione di coppia, e radiali, che non contribuiscono in termini di coppia ma generano vibrazioni sullo statore. Il contenuto armonico di tali forze dipende da parametri di progetto del motore elettrico come numero di poli e di cave, forma delle cave, forma della corrente e molti altri.

Sulla base delle formule riportate in [20] [29], possono ottenersi le caratteristiche frequenziali dei carichi elettromagnetici e la loro distribuzione spaziale per un motore PMSM – Permanent Magnet Synchronous Motor. In tabella 2 sono riportate le principali frequenze elettromagnetiche  $f_i$ : p è il numero di paia poli, s il numero di cave statoriche ed f la frequenza di rotazione del rotore in Hz;  $k = 0,1,2,3 \dots$ ,  $k_1 = 0,1,2,3 \dots$ ,  $n = 6k \pm 1$ .

**Ordini di eccitazione della EDU in esame**

La EDU in esame è caratterizzata da un motore elettrico e da una trasmissione monomarcia in due stadi di riduzione cilindrici (figura 4).



**TAB. 4 - DIMENSIONI DEI CUSCINETTI E LORO ORDINI**

Cuscinetto	Tipo	D <sub>1</sub> [mm]	D <sub>2</sub> [mm]	b [mm]	P <sub>d</sub> [mm]	P <sub>b</sub> [mm]	n [-]	β [°]	FTB	BPFO	BPFI	BSF
b1 - rotore ME	Sfera	50	90	20	70.00	12.7	10	0	0.41	4.09	5.91	2.67
b2 - rotore ME	Sfera	50	110	27	80.00	19.1	8	0	0.38	3.05	4.95	1.98
B1 - Input	Sfera	45	85	19	65.00	12.3	10	0	0.41	4.05	5.95	2.55
B2 - Input	Sfera	45	85	19	65.00	12.3	10	0	0.41	4.05	5.95	2.55
B3 - Intermedio	Sfera	50	90	20	70.00	12.7	10	0	0.18	1.77	2.55	1.15
B4 - Intermedio	Sfera	50	90	20	70.00	12.7	10	0	0.18	1.77	2.55	1.15
B5 - Output	Rulli conici	80	110	20	94.67	7.4	34	NA	-	-	-	-
B6 - Output	Rulli conici	80	110	20	94.67	7.4	34	NA	-	-	-	-

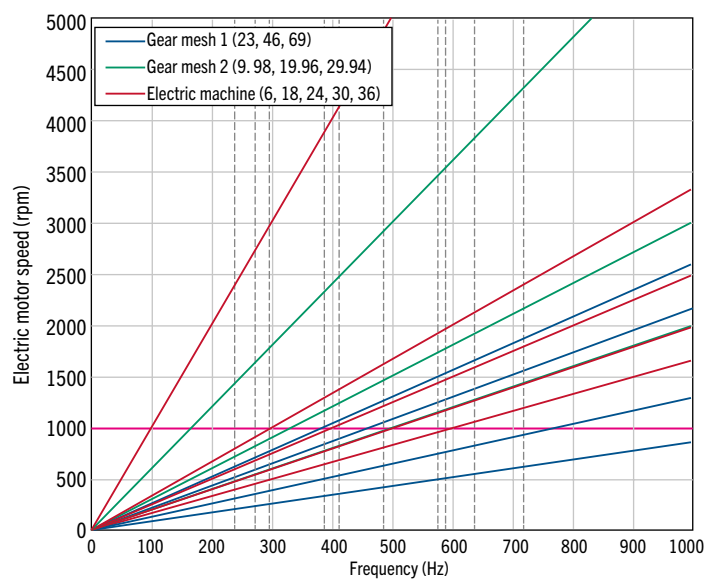


Fig. 6 - Diagramma di Campbell esteso, ove sono incluse le risonanze del sistema e la velocità di macchina elettrica adottata nelle simulazioni multi-corpo

La potenza è erogata per mezzo di un motore sincrono a magneti permanenti; l'accoppiamento tra il motore e la trasmissione avviene per mezzo di uno scanalato. La macchina elettrica è caratterizzata da  $2p = 6$  poli e da  $s = 36$  cave statoriche. La corona del secondo stadio è solidale al corpo differenziale, non modellato nel presente articolo.

In tabella 3 sono elencati i parametri macrogeometrici per due set di ingranaggi: LCR (a basso rapporto di condotta) ed HCR (ad elevato rapporto di condotta, ossia  $\epsilon \alpha > 2$ ). In entrambi i casi l'ordine di ingranamento è pari a 23.00 per il primo stadio di riduzione ed a 9.98 per il secondo stadio di riduzione. L'ordine 1 è riferito al rotore della macchina elettrica.

La tabella 4 mostra la selezione di cuscinetti per la EDU ed il calcolo dei principali ordini di eccitazione. Per i cuscinetti che supportano gli alberi intermedio e finale, gli ordini calcolati sono divisi rispettivamente per 53/23 e per 53/2389/23, al fine di riportarli all'asse veloce.

In tabella 5 sono riportati i principali ordini di macchina elettrica. Una pratica regola progettuale è evitare la sovrapposizione

**TAB. 5 - ORDINI DI ECCITAZIONE DEL MOTORE ELETTRICO**

Prodotto delle armoniche spaziali di statore	6, 30, 42, ...
Prodotto delle armoniche spaziali di rotore	6, 18, 30, 42, ...
Prodotto degli avvolgimenti statorici con le armoniche spaziali di rotore	6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...
Interazione del campo magnetico con le cave statoriche	36, 72, ...

di multipli del numero di poli con gli ordini di ingranamento (la distanza tra ordini dovrebbe essere pari ad almeno il 3%). Nella EDU oggetto di studio è opinabile il fatto che uno degli ordini di macchina elettrica, 24, sia molto prossimo all'ordine di ingranamento del primo stadio di riduzione, 23, e che la terza armonica dell'ordine di ingranamento del secondo stadio di riduzione, 39.98, sia praticamente coincidente con l'ordine di macchina elettrica 30 (figura 1).

### Approccio alla simulazione multi-corpo

È necessario il calcolo della risposta dinamica di una EDU ad input quali la coppia della macchina elettrica (media e ripple), la presenza di carichi squilibranti, disallineamenti etc. al fine di valutare gli spostamenti ed i livelli di accelerazione sulla scatola, ovvero il livello di emissione sonora.

Per questo scopo, vengono utilizzati strumenti di simulazione multi-corpo, nei quali ogni corpo è rappresentativo di una sotto-struttura. In una EDU sono da considerarsi i seguenti corpi: Scatola e supporti di connessione a telaio, anelli esterni dei cuscinetti, statore della macchina elettrica;

Rotore della macchina elettrica;

Alberi di trasmissione, ingranaggi e anelli interni dei cuscinetti;

In seguito, bisogna impostare le connessioni tra i corpi. Possono essere utilizzati giunti che impongano relazioni forza-spostamento e forza-velocità per modellare la presenza di collegamenti scanalati e dei tamponi che filtrano le vibrazioni al telaio; vengono utilizzati giunti specifici per modellare gli ingranamenti (connessioni albero-albero) ed i cuscinetti (connessione albero-scatola). Secondo la teoria dell'analisi multi-corpo, il campo di sposta-

**TAB. 6 - MODIFICHE MICROGEOMETRICHE PER INGRANAGGI LCR ED HCR**

Modifiche microgeometriche [ $\mu\text{m}$ ]	Stadio 1				Stadio 2			
	Ruota 1		Ruota 2		Ruota 1		Ruota 2	
	LCR	HCR	LCR	HCR	LCR	HCR	LCR	HCR
Bombatura longitudinale $C_\beta$	10	8	-	-	3	10	-	-
Modifica di angolo d'elica $C_{H\beta}$	-5	-5	-	-	-3	-2	-	-2
Spoglia di testa $C_{\alpha\alpha}$	15	14	15	14	15	15	12	15
Bombatura di profilo $C_\alpha$	3	-	-	-	-	-	-	-
Modifica di angolo di pressione $C_{H\alpha}$	-2	-	-	-	-4	-5	-	-

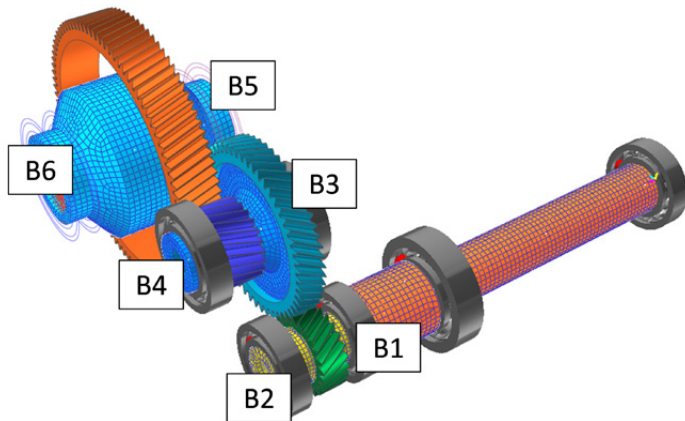


Fig. 9 - Posizione dei cuscinetti della trasmissione

menti di ogni sotto-struttura viene descritto attraverso una combinazione lineare di funzioni di forma (ossia modi) appropriate. La dimensione del problema numerico è ridotta sensibilmente se si considerano le sole funzioni di forma relative all'intervallo di frequenze di interesse [30].

**Analisi modale**

L'analisi modale consiste nella determinazione delle caratteristiche dinamiche del sistema sotto forma di frequenze naturali, coefficienti di smorzamento e forme modali e nel loro utilizzo per la formulazione di un modello matematico che descriva il comportamento dinamico del sistema [31]. Le vibrazioni libere di un sistema a più gradi di libertà (MDOF), contenuti nel vettore  $\{x\}$  sono studiate a partire dall'equazione del moto non smorzata:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \tag{8}$$

Dove  $[M]$  è la matrice di massa, definita positiva,  $[K]$  è la matrice di rigidità, semidefinita positiva in quanto il sistema può mostrare modi di corpo rigido (come nel caso di una EDU montata sui propri tamponi).

La soluzione non banale dell'Equazione (8) fornisce le vibrazioni libere del sistema. Imponendo un moto tale per cui tutte le coordinate Lagrangiane dipendono dalla stessa funzione del tempo, ossia  $\{x\} = \{\Phi\} \sin(\omega t)$ , si ottiene:

$$(-\omega^2[M] + [K])\{\phi\} = \{0\} \tag{9}$$

Le soluzioni non banali seguono dall'imposizione della singolarità della matrice  $(-\omega^2[M] + [K])$ :

$$\det(-\omega^2[M] + [K]) = 0 \tag{10}$$

**TAB. 7 - MODI DI VIBRARE DELLA EDU**

Frequenza [Hz]			
Modo 1	238	Modo 6	487
Modo 2	273	Modo 7	577
Modo 3	296	Modo 8	589
Modo 4	387	Modo 9	639
Modo 5	412	Modo 10	719

L'Equazione (10) rappresenta un problema agli autovalori, con  $\omega^2$  autovalore (il quadrato della frequenza naturale del sistema) e  $\{\Phi\}$  autovettore (la forma modale).

Una EDU è supportata da tamponi in materiale elastomerico, il cui scopo è abbattere le vibrazioni provenienti dal sistema in modo tale da disaccoppiarlo dal telaio. Per la determinazione dei sei modi rigidi (a bassa frequenza), la matrice di massa assume la seguente forma:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & -J_{zx} & -J_{zxy} & J_{zz} \end{bmatrix} \tag{11}$$

Dove  $m$  è la massa complessiva del sistema e  $J_{ij}$  rappresentano le componenti del tensore di inerzia rispetto ad ogni asse. La matrice di rigidità dipende invece dalle caratteristiche dei tamponi in termini di rigidità statiche e dinamiche [32].

Di solito i primi modi flessibili di una EDU sono relativi alla flessione dei supporti che connettono la scatola al telaio. Questi modi possono portare a disturbi NVH al guidatore se le vibrazioni si propagano attraverso il telaio, interagendo con altri sistemi dinamici in un certo intervallo di frequenze, ovvero di velocità di avanzamento del veicolo.

Per superare queste problematiche, può essere necessario incrementare il rapporto tra rigidità e massa dei supporti al fine

di spostare i modi al di fuori delle frequenze di interesse oppure installare opportuni smorzatori.

Potenziali sorgenti sonore derivano inoltre dai modi membranali della scatola o di altri componenti installati su di essa. Dunque, nella progettazione è importante considerare oltre alla resistenza dei componenti anche le caratteristiche dinamiche, per evitare problematiche NVH.

### Tecniche di riduzione modale

Nei problemi di dinamica strutturale sono utilizzati modelli agli elementi finiti per rappresentare il comportamento dinamico di una sotto-struttura.

Essi possono contenere milioni di gradi di libertà, perciò risolvere un problema dinamico sarebbe infatti dal punto di vista computazionale.

Per ovviare a tale problema, vengono adottati metodi di riduzione, sul principio della sovrapposizione modale: gli spostamenti nodali  $\{x\}$  vengono scritti come combinazione lineare di modi normali  $\{\Phi\}$  e ampiezze modali  $\eta_j$ :

$$\{x\} = \sum_{j=1}^m \{\phi_j\} \eta_j \quad (12)$$

La forma generale delle equazioni del moto di ogni sotto-struttura è:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{p\} + \{g\} \quad (13)$$

Con  $[M]$  matrice di massa della sotto-struttura,  $[C]$  matrice di smorzamento e  $[K]$  matrice di rigidità.  $\{p\} + \{g\}$  rappresenta il vettore delle forze:  $\{p\}$  denota i carichi esterni e  $\{g\}$  le forze che la sotto-struttura scambia con le sotto-strutture adiacenti. La riduzione è eseguita trasformando il vettore  $\{x\}$  contenente gli  $n$  gradi di libertà fisici della sotto-struttura in un vettore  $\{q\}$  contenente gli  $r$  gradi di libertà generalizzati, attraverso la matrice di trasformazione  $[R]$ :

$$\{x\} = [R] \{q\} \quad (14)$$

$[R]$  è la base di riduzione modale, di dimensioni  $n \times r$ . Per una riduzione efficace, sarà  $r \ll n$ .

La sostituzione dell'Equazione (14) nell'Equazione (13) porta a

$$[M][R]\{\ddot{q}\} + [C][R]\{\dot{q}\} + [K][R]\{q\} = \{p\} + \{g\} + \{r\} \quad (15)$$

Dove  $\{r\}$  è l'errore che si commette per via del fatto che il vettore  $\{q\}$  contenente i gradi di libertà generalizzati non include l'intero spazio delle soluzioni. L'errore è ammesso solo nello spazio non incluso nella base di riduzione, ossia  $[R]^T \{r\} = 0$ . La proiezione dell'Equazione (15) rispetto alla base di riduzione porta a:

$$[R]^T [M] [R] \{\ddot{q}\} + [R]^T [C] [R] \{\dot{q}\} + [R]^T [K] [R] \{q\} = [R]^T \{p\} + [R]^T \{g\} \quad (16)$$

Ossia:

$$[\tilde{M}]\{\ddot{q}\} + [\tilde{C}]\{\dot{q}\} + [\tilde{K}]\{q\} = \{\tilde{p}\} + \{\tilde{g}\} \quad (17)$$

In genere la base è composta da un insieme di modi vibrazionali contenenti informazioni sul comportamento dinamico della sotto-struttura e da un insieme di modi statici che rappresenta-

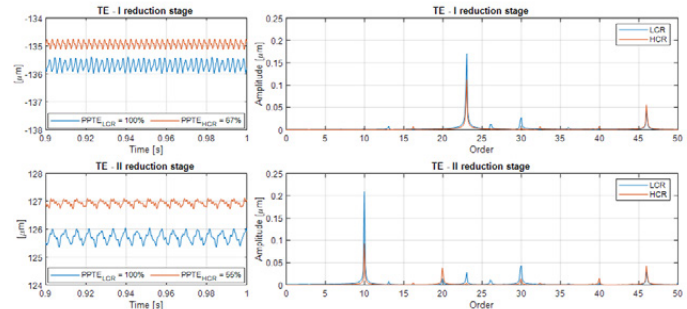


Fig. 7 - Errore di trasmissione e contenuto armonico

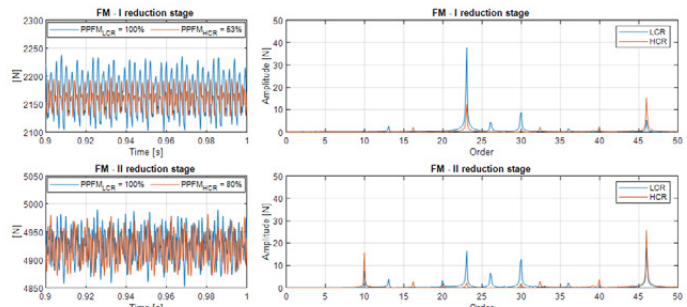


Fig. 8 - Forza di ingranamento e contenuto armonico

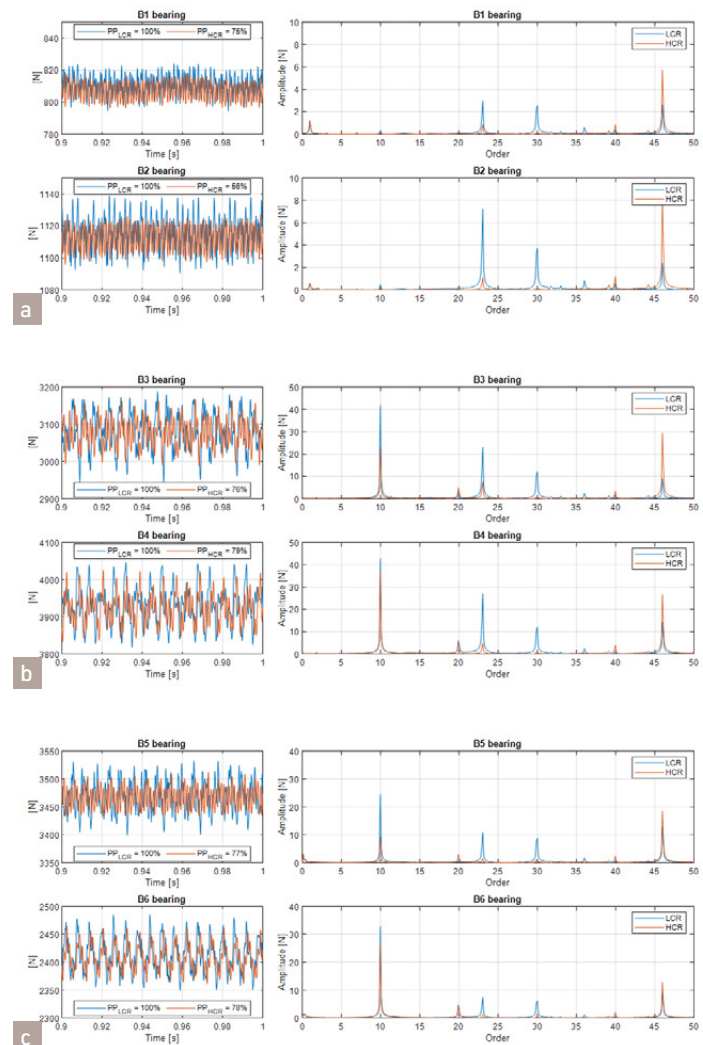


Fig. 10 - Forze sui cuscinetti FM

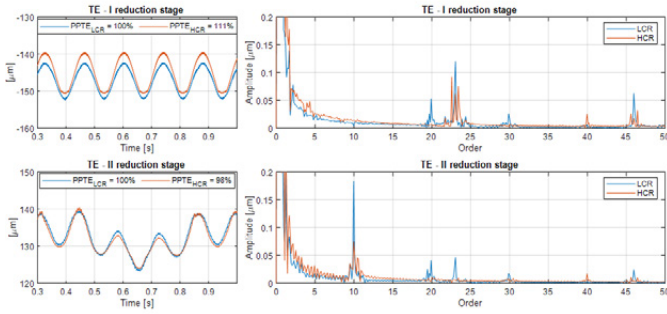


Fig. 11 - Errore di trasmissione e contenuto armonico - scatola flessibile

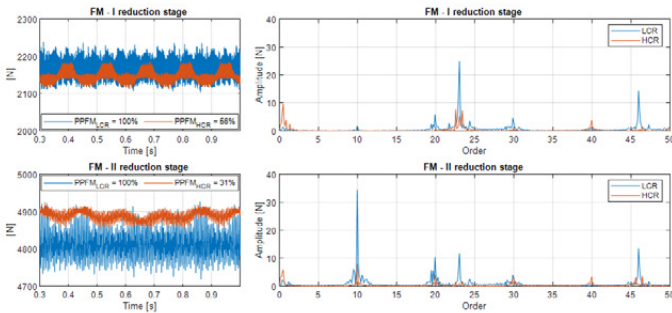


Fig. 12 - Forza di ingranamento e contenuto armonico - scatola rigida

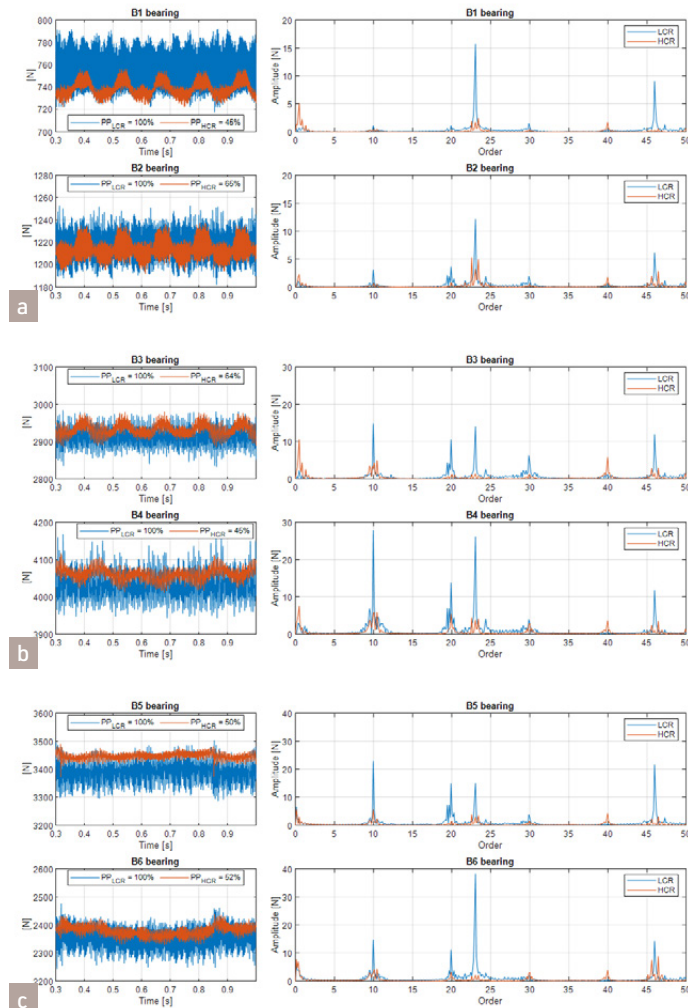


Fig. 13 - Forze sui cuscinetti FM - scatola flessibile

no la risposta statica della sotto-struttura ad una forza o ad uno spostamento unitari applicati al contorno (ossia provenienti dalle sotto-strutture adiacenti [33]).

**Il metodo Craig-Bampton**

Nel metodo Craig-Bampton [34] i gradi di libertà della sotto-struttura {x} vengono suddivisi in gradi di libertà al contorno {x<sub>b</sub>} e gradi di libertà interni {x<sub>i</sub>}; ognuno di questi vettori si riferisce ad uno specifico insieme di nodi nel modello agli elementi finiti:

L'informazione vibrazionale è l'insieme di modi ottenuti fissando la sotto-struttura ai suoi gradi di libertà al contorno, {x<sub>b</sub>} = {0}, ed analizzandola al fine di ottenere gli autovettori (modi di vibrazione di struttura vincolata);

- I modi vincolati vengono utilizzati per rappresentare la deformazione statica di una sotto-struttura, causata dalle sotto-strutture adiacenti.

Modi di vibrare di struttura vincolata: sono calcolati vincolando i gradi di libertà al contorno. Il primo passo è la suddivisione dei gradi di libertà {x} in gradi di libertà al contorno {x<sub>b</sub>} e gradi di libertà interni {x<sub>i</sub>}. Trascurando lo smorzamento, l'Equazione (13) può scriversi come:

$$\begin{bmatrix} [M_{bb}] & [M_{bi}] \\ [M_{ib}] & [M_{ii}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{x}_b\} \\ \{\ddot{x}_i\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{bb}] & [K_{bi}] \\ [K_{ib}] & [K_{ii}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ \{x_i\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{p_b\} + \{g_b\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \tag{18}$$

Dove {g<sub>b</sub>} contiene le forze di reazione con le sotto-strutture adiacenti. Vincolando i gradi di libertà al contorno (ovvero {x<sub>b</sub>} = {0}) si ottiene:

$$[M_{ii}]\{\ddot{x}_i\} + [K_{ii}]\{x_i\} = \{0\} \tag{19}$$

Che può essere risolta come un problema agli autovalori:

$$(-\omega^2 [M_{ii}] + [K_{ii}])\{\phi_{ij}\} = \{0\} \tag{20}$$

Il risultato è un insieme di autovettori e autovalori della sotto-struttura, vincolata ai suoi gradi di libertà al contorno {x<sub>b</sub>}:

$$\{x_i\} = [\phi_i]\{\eta_i\} \tag{21}$$

Modi vincolati: rappresentano la risposta statica della sotto-struttura ad uno spostamento applicato al contorno. Sono di fatto rappresentativi della deformazione statica dovuta ad uno spostamento unitario applicato ad uno dei gradi di libertà al contorno contenuti nel vettore mentre i restanti sono fissi, e non vengono applicate forze sui gradi di libertà interni.

Il primo passo consiste nella ripartizione dei gradi di libertà in gradi di libertà al contorno e interni, che porta all'Equazione (18). La seconda equazione, trascurando i carichi inerziali, diventa:

$$[K_{ib}]\{x_b\} + [K_{ii}]\{x_i\} = 0 \tag{22}$$

Da cui:

$$\{x_i\} = -[K_{ii}]^{-1}[K_{ib}]\{x_b\} \tag{23}$$



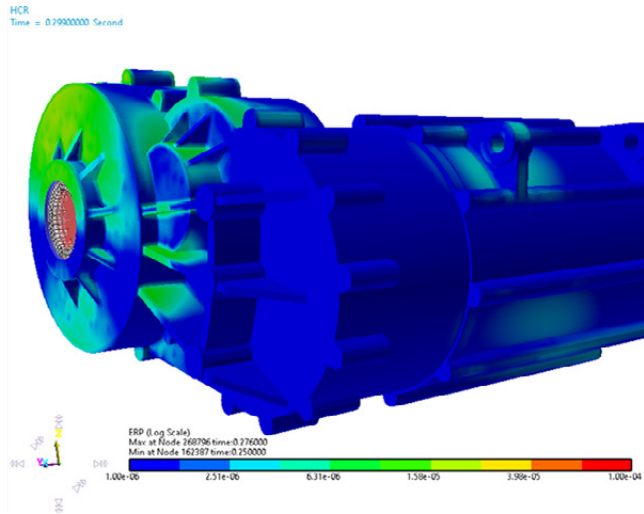
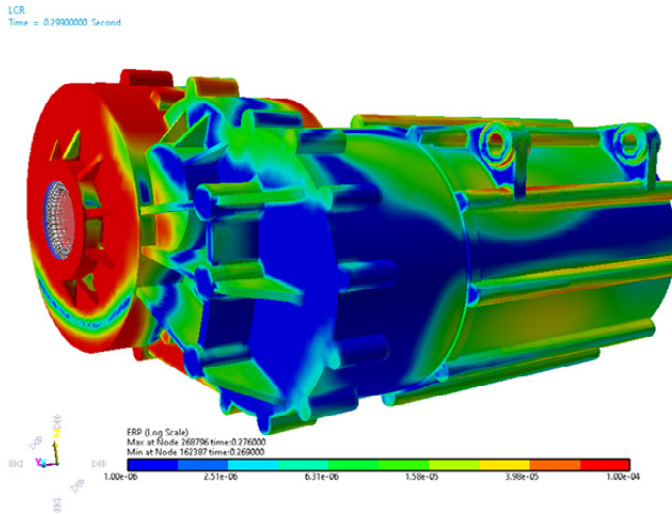


Fig. 14 - Confronto ERP: LCR (sinistra) - HCR (destra)

Le colonne della matrice di condensazione statica -  $[K_{ii}]^{-1}[K_{ib}]$  contengono i modi statici, ossia la risposta statica dei gradi di libertà interni  $\{x_i\}$  per uno spostamento unitario dei gradi di libertà al contorno  $\{x_b\}$ .

Dunque, il vettore dei gradi di libertà  $\{x\}$  può essere espresso in funzione dei gradi di libertà al contorno, ossia:

$$\begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ \{x_i\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] \\ -[K_{ii}]^{-1}[K_{ib}] \end{bmatrix} \{x_b\} = \begin{bmatrix} [I] \\ [\psi_{c,j}] \end{bmatrix} \{x_b\} = \{\psi_c\} \{x_b\} \quad (24)$$

Una volta che i modi vincolati e i modi di vibrare di struttura vincolata sono stati ottenuti, il campo di spostamento dei nodi interni può essere scritto come sovrapposizione dei modi statici e dinamici, ed è funzione del solo campo di spostamenti dei nodi al contorno  $\{x_b\}$ : questo è un aspetto fondamentale di ogni metodo di condensazione:

$$\{x_i\} = [\psi_{c,j}]\{x_b\} + [\phi_i]\{\eta_j\} \quad (25)$$

La base di riduzione è dunque:

$$\begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ \{x_i\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ [\psi_{c,j}]\{x_b\} + [\phi_i]\{\eta_j\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [O] \\ [\psi_{c,j}] & [\phi_i] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ \{\eta_j\} \end{Bmatrix} = [R_{CB}] \begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ \{\eta_j\} \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Da cui,

$$[\tilde{M}] = [R_{CB}]^T [M] [R_{CB}] \quad \text{e} \quad [\tilde{K}] = [R_{CB}]^T [K] [R_{CB}]$$

Il vettore dei gradi di libertà generalizzati contiene sia spostamenti fisici dei nodi al contorno  $\{x_b\}$  che coordinate modali  $\{\eta_j\}$ . Il primo vantaggio del metodo di riduzione Craig-Bampton consiste nel fatto che sono facilmente calcolabili sia i modi vincolati che i modi di vibrare di struttura vincolata.

Nel sistema ridotto vengono mantenuti i gradi di libertà al contorno originali, consentendo di aggiungere o sostituire diverse sottostrutture senza dover analizzare nuovamente il modello completo. Infatti, le sottostrutture sono connesse attraverso giunti ai nodi al contorno  $\{x_b\}$ .

### Simulazione vibroacustica della EDU

Vengono nel seguito riportati i risultati di simulazioni vibroacustiche per la valutazione del miglioramento NVH attraverso l'adozione di ingranaggi ad elevato rapporto di condotta HCR rispetto ad un profilo standard secondo ISO-53. I parametri di riferimento per tale valutazione sono il picco-picco dell'errore di trasmissione (PTE), le forze di ingranamento ed i carichi agenti sui cuscinetti. Viene infine confrontata la potenza irradiata equivalente (ERP) per le due dentature.

Le modifiche microgeometriche (tabella 6) sono state progettate in KISSsys: modifiche di angolo d'elica e bombature longitudinali sono state introdotte per minimizzare il fattore di distribuzione del carico sul fianco  $K_{H\beta}$ ; spoglie di testa e bombature di profilo eliminano urti in fase di accesso e recesso e riducono il PTE. Ulteriori dettagli sulla metodologia di progettazione della microgeometria sono riportati in [35].

I risultati che seguono sono stati ottenuti per un valore di coppia in ingresso alla trasmissione pari a 60 Nm (circa il 50% della coppia massima) a 1000 rpm.

### Analisi modale vincolata

Viene eseguita l'analisi modale della EDU sui tamponi per valutare i modi di vibrare del sistema. In tabella 7 sono elencati le prime dieci frequenze naturali: lo scopo di questa analisi è la previsione dell'interazione dei principali ordini forzanti (ingranamenti, macchina elettrica etc.) con le risonanze del sistema. In figura 6 è mostrato il diagramma di Campbell esteso: quando le frequenze di risonanza intersecano gli ordini di eccitazione, è prevista un'amplificazione della risposta.

### Analisi della risposta forzata

La risposta forzata viene calcolata mediante l'ausilio di uno strumento di simulazione multi-corpo, nel quale i parametri degli ingranamenti possono essere importati da KISSsys. Sono considerate quattro simulazioni: LCR e HCR, scatola rigida LCR e HCR, scatola flessibile

## LCR vs HCR – Scatola rigida

Per avere una migliore comprensione dell'effetto di un elevato rapporto di condotta sull'errore di trasmissione dinamico e sulla forza di ingranamento, e dunque sui carichi dinamici agenti sui cuscinetti, la prima simulazione considera una scatola rigida. I principali ordini eccitanti sono (rif. figura 1):

- Ordini 23 e 46: rispettivamente la prima e la seconda armonica dell'ordine di ingranamento del primo stadio di riduzione;
- Ordini 10, 20 e 30: rispettivamente la prima, la seconda e la terza armonica dell'ordine di ingranamento del secondo stadio di riduzione.

In figura 7 è riportato l'andamento dell'errore di trasmissione dinamico per entrambi gli stadi di riduzione. Viene inoltre analizzato il contenuto armonico dei segnali. I risultati confermano una riduzione significativa delle ampiezze relative agli ordini di ingranamento per entrambi gli stadi di riduzione.

In figura 8 sono analizzate le forze di ingranamento ed i rispettivi contenuti armonici.

Per il primo stadio di riduzione, le ampiezze massime sono relative all'ordine di ingranamento del primo stadio e sue armoniche; per il secondo stadio di riduzione, oltre all'ordine 10 e sue armoniche, è non trascurabile la presenza dell'ordine 23, in particolare per gli ingranaggi LCR.

In figura 10 sono confrontati i carichi agenti sui cuscinetti ed i rispettivi spettri.

Dal momento che i cuscinetti trasmettono i carichi dinamici alla scatola, una riduzione del contenuto armonico delle forze agenti sui cuscinetti porta ad una riduzione dell'eccitante, e dunque del livello di emissione sonora.

La nomenclatura dei cuscinetti è coerente con la figura 9. Per tutti i cuscinetti, il picco-picco della forza è diminuito, così come la maggior parte delle armoniche è stata ridotta mediante sostituzione delle dentature LCR con dentature HCR.

Per i cuscinetti B1 e B2 sull'albero di ingresso, le ampiezze massime sono relative all'ordine di ingranamento del primo stadio e sue armoniche. Per i cuscinetti B3 e B4 sull'albero intermedio, sono presenti gli ordini di ingranamento relativi ad entrambi gli stadi di riduzione. Per i cuscinetti B5 e B6 sull'albero di uscita, le ampiezze massime sono relative all'ordine di ingranamento del secondo stadio e sue armoniche.

## LCR vs HCR – Scatola flessibile

Nel seguito sono riportati i risultati della simulazione multi-corpo eseguita con scatola flessibile. L'errore di trasmissione viene analizzato in figura 11 per entrambi gli stadi di riduzione, nei domini del tempo e della frequenza.

L'ampiezza dell'ordine di ingranamento risulta essere inferiore per la dentatura HCR.

Compaiono bande laterali, in quanto la frequenza di ingranamento è modulata dagli ordini di rotazione degli alberi (come discusso in Sezione 2.1.2).

Gli ordini di rotazione degli alberi, calcolati attraverso i rapporti di trasmissione di entrambi gli stadi, sono rispettivamente 1.00 per l'albero di ingresso, 0.48 per l'albero intermedio e 0.11 per

l'albero di uscita. L'ampiezza di questi ordini è simile per le due dentature LCR ed HCR, dal momento che essi sono dovuti principalmente alla presenza di disallineamenti indotti dalla rigidità della scatola e dai giochi dei cuscinetti.

Le forze di ingranamento sono mostrate in figura 12 confermano una riduzione significativa del contenuto armonico della dentatura HCR rispetto alla dentatura LCR.

In figura 13 sono confrontati i carichi agenti sui cuscinetti ed i rispettivi spettri. Il confronto mostra una notevole riduzione dei carichi sui cuscinetti per la dentatura HCR, sia in termini di picco-picco che di contenuto armonico.

## Potenza acustica irradiata equivalente (ERP)

La potenza acustica irradiata equivalente (ERP) è definita come:

$$e_{ERP} = f_{RLF} \cdot \frac{1}{2} \cdot C \cdot \rho \cdot \sum (A_i \cdot v_i^2) \quad (27)$$

Dove  $f_{RLF}$  è il fattore di perdita,  $C$  è la velocità del suono,  $\rho$  è la densità del materiale che trasporta le vibrazioni, per esempio aria,  $A_i$  è l'area della superficie  $i$ -esima e  $v_i$  è la componente normale della velocità superficiale sulla superficie  $i$ -esima. Ulteriori dettagli sono disponibili in [36].

In figura 14 viene presentato il confronto tra le dentature LCR ed HCR in termini di ERP: le regioni di colore tendente al rosso sono rappresentative di una radiazione sonora più intensa, il che conferma le precedenti discussioni sul miglioramento della performance acustica mediante adozione di dentature ad elevato rapporto di condotta.

La mappa di figura 14 è inoltre estremamente utile per investigare il contributo di ogni regione della scatola all'emissione sonora totale, e per guidare modifiche di progetto (per esempio irridimento locale tramite nervature).

## Conclusioni

1. In questo articolo è stata presentata una metodologia per l'analisi vibroacustica di una EDU. La trasmissione della EDU è stata progettata attraverso lo strumento KISSsys. Dopo aver tracciato sul diagramma di Campbell gli ordini meccanici ed elettrici, sono state calcolate le forme modali del sistema. In seguito, l'assale elettrico è stato modellato come sistema multi-corpo flessibile al fine di studiare la sua risposta forzata, per una velocità costante della macchina elettrica.
2. È stato valutato il comportamento di ingranaggi ad elevato rapporto di condotta (HCR) rispetto ad un profilo standard secondo ISO-53, tenendo come parametri di riferimento il picco-picco dell'errore di trasmissione (PPTE), le forze di ingranamento ed i carichi agenti sui cuscinetti. Tali confronti hanno mostrato il miglioramento della performance NVH atteso da una dentatura HCR.

Modifiche alla scatola volte a minimizzare il valore ERP saranno oggetto di analisi future.

*I lettori interessati possono consultare l'articolo, completo di bibliografia, sul sito [MeccanicaneWS.com](http://MeccanicaneWS.com) (N.d.R.).*